Conditions d'évolution du rapport au savoir mathématique de jeunes "décrocheurs"

Teresa Assude, Sylviane Feuilladieu, Charline Dunand

CONDITIONS D'ÉVOLUTION DU RAPPORT AU SAVOIR MATHÉMATIQUE DE JEUNES « DÉCROCHEURS »

Cet article présente les résultats d'une étude exploratoire menée dans le cadre de l'école de la deuxième chance (E2C) à Marseille. Cette école a été créée pour « assurer, par l'éducation, l'insertion professionnelle de jeunes adultes de 18 à 25 ans sans diplôme ni qualification », déscolarisés depuis au moins un an, issus de milieux sociaux défavorisés. L'E2C vise à recréer un lien aux savoirs permettant aux jeunes d'éprouver à nouveau la capacité de penser et de faire, par la maîtrise des savoirs fondamentaux du socle commun des connaissances et des compétences, et ainsi élaborer un projet professionnel. L'organisation choisie alterne cours à l'École avec des stages dans les entreprises ou d'autres institutions (l'université par exemple). L'un de ces stages, « Hippocampe-mathématiques », place les stagiaires[1] en situation de recherche dans le cadre d'un laboratoire universitaire avec des chercheurs. Ce stage est donc supposé leur permettre de développer leur capacité à résoudre des problèmes mathématiques et à valoriser leur réflexion.

Dans notre travail, il s'agit d'étudier les conditions pédagogiques et didactiques visant la transformation de leur rapport au savoir mathématique que peut engendrer le dispositif « Hippocampe-mathématiques ». Nous présenterons d'abord le cadrage théorique, puis la méthode d'étude et enfin, les premiers résultats de ce travail.

1. Nous appellerons désormais « stagiaires » les jeunes qui fréquentent l'E2C.

CADRAGE THÉORIQUE

L'ancrage théorique est double, sociologique et didactique. Cela permettra d'articuler les dispositions, catégories de perception et compétences des apprenants, diversifiées selon le milieu social d'appartenance (aspect sociologique), avec les contextes de mise en forme et de transmission du savoir (aspect didactique) (Lahire, 2007). La notion de rapport au savoir (Charlot, 1997) croise ces deux aspects.

Elle sera appréhendée de deux façons : d'une part, à travers ce que les stagiaires ont retenu des mathématiques durant leur scolarité antérieure dans le système conventionnel ; d'autre part à travers l'analyse du dispositif et de l'action didactique, à partir de notions telles que le rapport institutionnel et le rapport personnel au savoir mathématique (Chevallard, 1992).

Décrochage scolaire et rapport au savoir

Les stagiaires de l'École de la deuxième chance peuvent être considérés comme des jeunes « décrocheurs », dans le sens où ils ont de 18 à 25 ans, et sont sans diplôme ni qualification, après avoir été déscolarisés depuis au moins un an. Le repérage institutionnel des élèves dits[2] « décrocheurs » concerne en effet les plus de 16 ans, ayant achevé leur scolarité secondaire sans être certifiés à la fin de leurs études (Bernard, 2011).

Le processus de décrochage scolaire amenant aux sorties précoces du système éducatif résulte du cumul de plusieurs facteurs, personnels, familiaux, sociaux, scolaires (Bautier *et al*., 2002 ; Balas, 2012 ; Janosz, 2000). Les facteurs scolaires sont un élément essentiel, pour plusieurs raisons. De manière globale, dans les enquêtes nationales et internationales, ce sont ceux qui sont les plus corrélés aux parcours de rupture (Blaya, 2010). Le climat scolaire, le manque de clarté des règles, une perception négative du soutien des enseignants, le sentiment de compétition entre les élèves dans la classe, sont des variables fortement discriminantes. De façon plus spécifique, les travaux portant sur la manière dont ce processus se co-construit au cours de la scolarité entre les élèves et les enseignants, montrent l'importance du rapport au savoir de ces jeunes, et de leur perception des attentes pédagogiques et didactiques des situations proposées (Bautier, Rayou, 2009). Un dialogue de sourd s'installe peu à peu entre d'un côté la manière dont les élèves décryptent les tâches scolaires et les objectifs d'apprentissage à l'aune des normes sociales et culturelles acquises dans leur milieu, et de l'autre le travail et les dispositions que l'École et les enseignants souhaitent inciter et développer chez eux. Ces malentendus sociocognitifs entrainent des incompréhensions et des difficultés, tant au niveau des apprentissages qu'au niveau de l'appartenance à la communauté scolaire.

---

2. Dits « décrocheurs », est utilisé ici afin de souligner le caractère social, politique et institutionnel de la construction de cette catégorie d'élèves.

Le rapport au savoir apparaît comme une dimension essentielle du processus de décrochage. Nous empruntons la définition générique de cette notion à Charlot (1997) : « un ensemble de relations de sens, et donc de valeur, entre un individu (ou un groupe) et les processus (acte d'apprendre) ou produits du savoir (objets culturels) » (Charlot, Bautier et Rochex 1992, cité *in* Charlot 1997, p.93). Les stagiaires de l'école de la deuxième chance sont issus de milieux sociaux défavorisés et en difficulté scolaire. Le rapport au savoir des élèves en difficulté scolaire issus de milieux défavorisés se caractérise souvent par une confusion entre ce que demande l'enseignant, la tâche scolaire à réaliser, et l'objet de savoir sous-jacent à la tâche.

En ce cas, leur interprétation erronée du travail attendu induit une mise en activité langagière et cognitive non conforme au regard de ce qui est visé. Ces élèves ne perçoivent pas toujours le sens des exercices proposés, ni, de façon plus large, le sens de la discipline enseignée en tant que manière spécifique de voir et de penser le monde qui les entoure (Rochex, 1997). Lorsque le savoir appris fait sens, c'est fréquemment en référence à la vie quotidienne, en tant qu'outil permettant d'accomplir les activités sociales (apprentissage du calcul pour aller faire ses courses), ou d'entrer en relations avec les autres (apprentissage de la langue), moins fréquemment pour objectiver leur milieu environnant.

Ayant ainsi resitué la population de l'enquête dans les catégories apparentées et décrit le type de rapport au savoir fréquemment relevé dans celles-ci[3], il est maintenant important de spécifier plus précisément le rapport au savoir du point de vue didactique.

Action didactique et rapports au savoir

La notion de rapport au savoir telle que définie par Charlot (1997) permet de saisir des éléments génériques. Nous allons affiner l'analyse avec les notions de rapport institutionnel et de rapport personnel (Chevallard, 2003) afin de différencier ce qui est de l'ordre des institutions et ce qui est de l'ordre des individus. Pour décrire ce qui se passe *in situ* dans le dispositif « Hippocampe-mathématiques » que nous prenons comme une institution (Chevallard, 2003), l'analyse en termes de rapport au savoir est ainsi instanciée en termes de rapport personnel et de rapport institutionnel au savoir mathématique. La notion de rapport personnel d'un individu x à un objet de savoir o est définie comme l'ensemble des interactions que x a avec l'objet o, précisant « la manière dont x connaît o » (Chevallard, 2003).

3. L'enquête ne porte pas sur le repérage des différentes dimensions du rapport au savoir des stagiaires, ni sur la manière dont le cadrage du dispositif génère ou non des malentendus sociocognitifs. Ces notions sont ici convoquées pour brosser un portrait à la fois plus précis et plus général des caractéristiques du public interrogé et observé. Néanmoins, ces notions (dans leur acception globale) seront utilisées pour spécifier les souvenirs scolaires issus des entretiens, et les pratiques d'enseignement du chercheur lors du stage.

Le rapport institutionnel à l'objet *o* est défini par la manière dont l'institution « connaît » *o*. Ce rapport institutionnel varie selon les institutions et selon la position *p* que l'individu occupe dans l'institution.

Le rapport personnel d'un individu émerge à partir d'une variété de rapports institutionnels auxquels l'individu est assujetti : « D'une manière générale, nos rapports « personnels » sont ainsi le fruit de l'histoire de nos assujettissements institutionnels passés et présents » (Chevallard, 2003, p. 83).

Dans le cas du dispositif de notre étude, les stagiaires de l'école de la deuxième chance ont un certain rapport personnel à l'objet « mathématiques » qui a été forgé par leur vécu dans des institutions où ils ont rencontré cet objet, en particulier dans l'institution « Éducation Nationale ». Ce que nous allons étudier c'est le rapport institutionnel aux mathématiques que ces stagiaires vont rencontrer dans le cas du stage « Hippocampe-mathématiques », dans quelle position ils vont se placer (stagiaire-chercheur ou élève), et ce que cela va induire au niveau de leurs rapports personnels.

Question de recherche

De façon précise, la question centrale est de voir :

– si la participation au stage « Hippocampe-mathématiques » réactive et induit une progression du rapport personnel au savoir mathématique des jeunes intégrés à l'École de la deuxième chance.

MÉTHODOLOGIE

Une enquête en deux temps

L'enquête a suivi un groupe de 19 jeunes ayant participé à ce stage. Elle s'est déroulée en deux temps : des entretiens directifs passés aux stagiaires avant le stage, et l'observation directe par vidéo d'un groupe de 3 stagiaires travaillant sur la « Tour de Hanoï ».

Les entretiens apportent des informations sur le rapport au savoir mathématique initial des stagiaires : leurs souvenirs mathématiques, ce qu'ils pensent avoir appris et de quelle manière ils s'en sont servis. Ils ont fait l'objet d'une analyse thématique de contenu. Les énoncés ont été regroupés selon leur valence, positive ou négative. Ensuite nous avons constitué des catégories autour de l'utilité sociale et professionnelle des mathématiques, des contenus explicités, du rapport aux mathématiques (difficultés), du rapport au professeur et à l'école. Ces données nous permettent de situer le rapport au savoir mathématique des stagiaires, relativement à ce qu'on sait par ailleurs du rapport au savoir de jeunes en difficulté ou en décrochage scolaire.

L'observation directe par vidéo du travail effectué par les stagiaires durant le stage (investissement dans le groupe, préparation du support de présentation) complète les données, en fournissant le matériau d'une analyse didactique. Ici nous nous intéressons aux modalités pédagogiques et didactiques permettant ou non la progression du rapport personnel de trois stagiaires relativement au rapport institutionnel dans cette institution « stage Hippocampe » pilotée par des mathématiciens. Nous allons par la suite décrire en détail la situation proposée, ainsi que les éléments du rapport institutionnel qui guideront notre analyse. Cette analyse sera faite à partir de quatre épisodes qui nous semblent significatifs de la rencontre des stagiaires avec ces éléments du rapport institutionnel.

Les résultats présentés croisent les données recueillies lors de ces deux temps.

Description de la situation

Le dispositif « Hippocampe-mathématiques » est organisé dans un laboratoire de mathématiques où les stagiaires doivent se pencher, en groupe (4 ou 5), sur un problème mathématique pendant trois jours. À la fin du troisième jour, ils doivent présenter leurs résultats aux autres et aux chercheurs à partir d'une affiche qu'ils auront produite.

Nous avons observé l'un de ces groupes qui a travaillé sur la « Tour de Hanoï », jeu composé d'une tablette avec trois tiges. On pose un nombre variable de rondelles sur l'une des tiges, en allant de la rondelle la plus grande jusqu'à la rondelle la plus petite (du bas vers le haut). Le but du jeu consiste à déplacer ces rondelles d'une tige à l'autre, pour qu'elles se retrouvent dans le même ordre de grandeur. Les deux règles pour le déplacement sont :

- on doit déplacer une seule rondelle à la fois ;
- une rondelle de diamètre supérieur ne peut pas être mise sur une rondelle de diamètre inférieur.

Le choix de la « Tour de Hanoï » dans le stage « Hippocampe-mathématiques », comme d'autres situations de jeux, peut être justifié par le fait qu'il est important pour les stagiaires d'identifier et de formuler le problème mathématique à partir d'une situation extra-mathématique. Quelles mathématiques sont derrière ce type de situation ?

Le problème mathématique posé par ce jeu est de savoir quel est le nombre minimum de coups pour déplacer un nombre n de rondelles. Par exemple :

- pour 2 rondelles, il faut 3 coups au minimum ;
- pour 3 rondelles, il faut 7 coups au minimum ;
- pour 4 rondelles, il faut 15 coups au minimum ;
- pour 5 rondelles, il faut 31 coups au minimum ;
- pour 6 rondelles, il faut 63 coups au minimum ;

- ….
- pour n rondelles, il faut $2^n - 1$ coups au minimum.

On peut aussi déterminer, le nombre P(n) minimal de coups pour n rondelles si on connaît le nombre P(n-1) minimal de coups pour (n-1) rondelles. On a alors : P(n) = 2 P(n-1) + 1. Par exemple, si on a 5 rondelles, et si on sait qu'il faut au minimum 15 coups pour déplacer 4 rondelles, alors P(5) = 2 x 15 + 1 = 31, soit il faut 31 coups au minimum pour déplacer les 5 rondelles.

Le rapport institutionnel à ce jeu du point de vue de l'institution « stage Hippocampe » peut être décrit de manière diverse mais les éléments de ce rapport institutionnel qui nous intéressent sont : la formulation du problème mathématique ; les modèles mathématiques et le problème de la généralisation ; le travail de codage et de l'écrit. Ces éléments du rapport institutionnel à ce jeu seront nos outils d'analyse. Pour cela, nous choisirons des épisodes qui nous paraissent significatifs de ce point de vue.

Choix des épisodes didactiques pertinents

Trois stagiaires (Pierre, Jean et Michel) travaillent en groupe sur la « Tour de Hanoi » pendant 3 jours et sont accompagnés par une doctorante en mathématiques (chercheur). Ils manipulent d'abord le jeu avec 3 rondelles, 4 rondelles, puis 5 rondelles. Ils doivent ensuite identifier, formuler et résoudre le problème pour *n* compris entre 3 et 7 avec l'aide du chercheur. Enfin, ils préparent une affiche pour présenter leur travail aux autres stagiaires et chercheurs le dernier jour de stage.

Quatre extraits de la vidéo ont été sélectionnés, comme épisodes didactiques « pertinents », en suivant ici une approche clinique-expérimentale telle que décrite par Schubauer-Leoni, Leutenegger (2002).

Épisode 1

Manipulation avec 3 rondelles et codage ; le problème mathématique

Les stagiaires ont déjà manipulé et ont réussi à passer les trois rondelles de la tige A à la tige C. Nous avons choisi cet épisode pour deux raisons. La première c'est qu'il montre le travail de codage de la stratégie de réussite. Ils ont codé les rondelles 3, 4 et 5 en commençant par celle de diamètre plus petit au plus grand ; ils ont codé les tiges A, B et C. Michel manipule le jeu et indique les différentes étapes de la stratégie de réussite et Jean les écrit. Pierre ne participe pas activement. Michel vérifie si le codage donne bien la stratégie de réussite en manipulant en même temps. La deuxième raison du choix de cet épisode est que le chercheur pose enfin le problème mathématique : quel est le nombre minimal de coups pour passer les trois rondelles de la tige A à la tige C ? Les stagiaires comptent le nombre de coups à partir du codage et répondent 7. La question de savoir si c'est le nombre minimal, n'est pas vraiment abordée.

Épisode 2

Manipulation avec 4 rondelles

Dans cet épisode, il y a manipulation avec quatre rondelles. Pierre réussit très rapidement et il exprime son contentement à la fin. Le chercheur essaie de faire le lien entre ce qu'ils ont fait pour les 3 rondelles, avec ce qu'ils doivent faire avec 4 rondelles pour établir des relations, mais les stagiaires restent dans la manipulation. Le problème mathématique n'est pas vraiment dévolu aux stagiaires, c'est-à-dire qu'ils ne prennent pas vraiment la responsabilité de le formuler et/ou de le résoudre (Brousseau, 1998).

Épisode 3

Manipulation avec 5 rondelles et problème mathématique

Dans cet épisode, Pierre est absent. Le choix de cet épisode est justifié par le fait que les stagiaires manipulent maintenant avec 5 rondelles mais surtout parce que le chercheur insiste sur le problème mathématique : « *il y a un moyen pour trouver le nombre minimum de coups sans le faire* ».

Épisode 4

Le problème mathématique

Cet épisode montre le travail sur le problème mathématique : quel est le nombre minimal de coups pour n rondelles lorsqu'on connaît le nombre minimal de coups pour (n-1) rondelles ? Le problème est résolu par le guidage très contrôlé du chercheur qui explique au fur et à mesure la technique de résolution (par le raisonnement et par la manipulation). Au début, les stagiaires ont de la difficulté à comprendre, mais ils y arrivent à la fin. Jean trouve la solution pour $n = 6$ et $n = 7$ en observant les écritures pour $n < 6$.

QUELQUES RÉSULTATS

Rapport au savoir avant le stage

Les mathématiques apprises à l'école font l'objet d'un enseignement souvent formel et abstrait, peu articulé au sens de cet enseignement : « A quoi ça sert ? D'où ça vient ? Comment ça marche ? » (Harlé, 2010). De plus, celui-ci fonctionne comme élément sélectif principal dans l'orientation et le parcours des élèves. Que reste-t-il des mathématiques apprises à l'école chez les stagiaires interrogés ? Matière élitiste, dans laquelle les élèves en difficulté sont d'ordinaire « perdus », et sujets à une disqualification appuyée sur de faibles résultats, nous pouvons penser que ces jeunes ont des souvenirs mathématiques flous, à valence négative. Qu'en est-il réellement ?

Le premier résultat des entretiens du temps 1 montre que ces jeunes gardent des souvenirs précis des mathématiques apprises à l'école, en référence aux domaines numérique, algébrique et géométrique (18 stagiaires sur 19). La quasi-totalité cite des souvenirs dans le domaine numérique (17/19) : « *les divisions, les multiplications des trucs simples quoi, les calculs* » (S3), « *divisions, la base en fait* » (S5), « *ouais les calculs quoi, les bases* » (S8), « *de calculer et la table de cinq* » (S19) ; la moitié en géométrie (11/19) : « *la construction de triangles* » (S9), « *la géométrie dans l'espace* » (S9), « *la géométrie, théorème de Thalès, de Pythagore* » (S13), « *faire les carrés* » (S15), « *à faire la géométrie aussi* » (S15). Ces évocations sont parfois génériques : géométrie, calcul ; parfois spécifiques : théorème de Thalès, Pythagore, divisions, fractions, équations, proportionnalité… Deux éléments ressortent ici. Nous retrouvons des caractéristiques du rapport au savoir des élèves en difficulté issus de milieux défavorisés, des descriptions globales ou partielles de la discipline. Mais nous constatons aussi que ces descriptions citent des points précis du curriculum tels Thalès, Pythagore, les équations, la proportionnalité, pas forcément prévisibles pour des jeunes déscolarisés ayant connu des difficultés d'apprentissage dans cette matière.

Le deuxième résultat montre un rapport aux mathématiques nuancé. La moitié des stagiaires évoque une matière difficile où ils avaient des problèmes de compréhension (9/19) : « *parce que je n'ai pas vraiment compris en fait* » (S3), « *parce que ça m'énervait parce que je ne comprenais pas* » (S5), « *voilà les chiffres inconnus que l'on doit trouver c'est trop difficile* » (S15), « *sinon je bloque dessus les divisions* » (S18) ; un tiers un rapport affectif négatif (6/19) : « *je n'aime pas les mathématiques* » (S16), « *franchement rien ne m'a plu en mathématiques* » (S19) ; soit 14 énoncés répertoriés à valence négative. Mais 25 énoncés, soit presque le double, expriment un rapport positif, à travers la relation pédagogique avec les professeurs (8/19) : « *avec tous les profs ça s'est bien passé* » (S6), « *si un prof* » (S8), « *ouais à comprendre même les exercices, il ne fait pas des exercices plus faciles il fait des trucs qu'on comprend mieux, plus vite* » (S8), « *je ne sais pas il parlait, il prenait son temps, il nous montrait des exercices et tout* » (S18) ; le lien établi entre les savoirs mathématiques et la vie quotidienne (17/19) : « *à savoir les sous, savoir combien on doit ramener pour acheter les vêtements et voilà* » (S2), « *quand j'ai des sous que je veux acheter quelque chose* » (S16), « *quand on va acheter des habits, quand on va acheter de la nourriture* » (S2), « *si je calcule la monnaie ouais* » (S19) ; ou encore celui établi entre les savoirs mathématiques et la vie professionnelle : « *il y a pas longtemps là j'ai fait un stage en électricité en fait et ça sert les maths* » (S3), « *j'ai travaillé de partout moi, Carrefour, livraisons il y a des maths aussi, je travaillais dans une alimentation beaucoup de maths* » (S4), « *dès que j'ai travaillé dans un snack aussi il fallait que je rende la monnaie et tout donc ça m'a servi* » (S5), « *j'ai fait de la menuiserie ça me sert à faire des mètres* » (S6), « *j'avais dû compter, dans n'importe quel truc pour faire des mètres carrés* » (S17) « *beaucoup pour le travail oui. Ça me servira pour le travail plus tard* » (S17).

Le rapport instrumental à cette discipline qui apparaît ici, est également caractéristique du rapport au savoir des élèves en difficulté issus de milieux défavorisés. L'utilité sociale des mathématiques est citée par la quasi-totalité des stagiaires. Dans le cadre de la scolarité dans le système éducatif conventionnel, ce trait peut avoir des effets nuisibles à la réussite dans cette matière, dont les enseignants attendent une appropriation modélisée et objectivée, décontextualisée des situations concrètes. À l'inverse dans le cadre de l'École de la deuxième chance, c'est un élément de mobilisation permettant de donner sens à la remise à niveau proposée en mathématiques, et de s'y engager, en lien avec les projets d'insertion. La portée professionnelle des savoirs mathématiques n'est plus alors risque de fourvoiement et de désinvestissement, mais au contraire gage de compréhension et de réinvestissement. Cette question prend ainsi une acuité bien différente dans ce contexte, et interroge la signification de l'incompréhension du sens des disciplines enseignées chez les jeunes déscolarisés. L'insuffisance de l'utilité sociale des savoirs, souvent pointée par ces jeunes, pourrait révéler davantage une remise en question du fonctionnement du système éducatif, que des savoirs eux-mêmes ou un manque d'intérêt pour les apprentissages. Ces élèves dont on dit qu'ils sont « scolaires », sous-entendu qu'ils entretiennent un lien « étriqué » aux enseignements (Bourdieu, De Saint Martin, 1975), ne seraient-ils pas plutôt exigeants ?

Rapport au savoir et aux pratiques mathématiques : esquisse de changement ?

Deux éléments nous paraissent saillants lorsqu'on s'intéresse aux conditions d'évolution du rapport au savoir et aux pratiques mathématiques des stagiaires lors du stage « Hippocampe-mathématiques ». Le premier est l'identification d'un problème mathématique à partir de pratiques culturelles, sociales (ici, l'utilisation d'un jeu). Le deuxième est le problème du codage, de l'écrit et de la généralisation.

Identification et formulation d'un problème mathématique

Une partie du travail du chercheur en mathématiques est de poser les « bonnes » questions et le « bon » problème à partir de la réalité qu'il veut étudier. Or, ce travail n'est pas vraiment pris en charge par l'enseignement des mathématiques dans la scolarité obligatoire, le problème étant en général déjà formulé. Ainsi, identifier un problème mathématique à partir de jeux ne fait pas partie du rapport au savoir et des pratiques mathématiques des stagiaires. Dans le cas du stage « Hippocampe-mathématiques », certains stagiaires n'ont pas vraiment compris l'enjeu du stage. La citation suivante, extraite des entretiens, est à cet égard emblématique. À la demande : « le stage vous a-t-il intéressés », voici l'une des réponses :

> Stagiaire : *« Dans l'ensemble c'était un bon projet mais ce n'était pas vraiment intéressant de faire des jeux en fait et tout ça ne m'a pas intéressé. Ben je ne sais pas ils nous ont pris un peu pour des bébés en fait. Ben faire des jeux avec des dés, des cubes, des trucs comme ça, ça ne m'a pas plu. C'est pour ça. »* (…)

> Question : *« Qu'est-ce que vous auriez préféré que l'on vous propose dans le stage ? »*
>
> Stagiaire : *« Faire un truc un peu plus sérieux en fait. Je ne sais pas. Faire des vraies maths ou qu'on nous montre comment ils font eux là-bas. Comment les chercheurs ils travaillent plutôt. Voilà. »*

Dans cet exemple, le stagiaire n'a pas fait l'expérience de trouver un problème mathématique à partir des manipulations des jeux. Il est probablement resté aux manipulations et dans ce cas effectivement les jeux « restent un jeu d'enfant ». Par ailleurs, trouver le problème mathématique n'est pas une tâche facile. Nous allons donner quelques exemples.

Dans l'épisode 1, les stagiaires ont codé leur stratégie de réussite. Ce travail de codage est déjà important pour faire un travail mathématique. Mais le problème mathématique a été posé directement par le chercheur : « *en combien de coups vous l'avez fait ?* ». Les stagiaires se limitent à compter le nombre d'étapes de leur stratégie et Michel répond : « *7* ». Le chercheur institutionnalise ce résultat « *pour 3, vous avez fait 7 coups* », c'est-à-dire qu'il rend officiel et public ce qui est à savoir par la suite (Brousseau, 1998).

Le problème est repris plus tard pendant l'épisode 3, lorsque les stagiaires sont en train de manipuler le jeu avec 5 rondelles : « *Il y a un moyen pour trouver le nombre minimum de coups sans le faire* ». Il est intéressant de remarquer qu'un silence un peu prolongé se fait à ce moment-là, comme si les stagiaires n'avaient pas encore compris l'enjeu du problème mathématique. C'est encore le chercheur qui pose ce qui est déjà connu à partir des manipulations et du comptage réel du nombre de coups :

> « *Déjà on pose, sachez que 7 coups c'est le nombre minimal de coups possibles pour 3 rondelles* »,

et ensuite

> « *Pour 4 rondelles, c'est 15 coups vous l'avez trouvé* »,

et le chercheur ajoute :

> « *Pour 5 rondelles, ça devient plus long, quoi plus d'une trentaine de coups, mais on peut, il y a un moyen de trouver le nombre de coups sans se casser la tête à faire ça* (elle simule la manipulation du jeu) ».

L'épisode 3 montre ainsi que les stagiaires n'ont pas encore saisi l'enjeu du travail mathématique à faire à partir de la « tour de Hanoï ». Ce sera ensuite, lors de l'épisode 4, qu'ils commenceront à aborder vraiment le problème mathématique. Ce sera le guidage très contrôlé du chercheur qui leur permettra de trouver des solutions pour 6 et 7 rondelles.

Dans ce cas, le discours du chercheur met en valeur un élément essentiel du rapport institutionnel aux mathématiques : le problème de la « tour de Hanoï » peut être remplacé par un problème mathématique qui évite les manipulations coûteuses et pas toujours intéressantes. Poser et résoudre le problème mathématique permet de trouver les résultats des actions sans faire ces actions.

Lors de la phase de présentation du poster, nous avons pu observer qu'il y a eu une appropriation du problème mathématique par ces trois stagiaires car ils l'ont exposé. Le guidage par le chercheur a été déterminant pour cette appropriation. Face à la difficulté de faire sortir les stagiaires de la manipulation du jeu, le chercheur prend alors une posture d'enseignant, celui qui donne la réponse, explique et se soucie de vérifier que ses élèves ont bien compris :

> « Chercheur : *Il faut 31 coups. Ça c'est le nombre optimal, d'accord ? Parce que je décompose mon problème parce que je l'ai déjà vu et c'est le thème, j'aimerais quand même que vous essayiez de le faire. Vous savez que la réponse c'est 31 coups.*
>
> Michel : *D'accord.*
>
> Chercheur : *D'accord ? Vous avez bien compris ?*
>
> Michel : *Ouais.*
>
> Chercheur : *Il faudra que vous l'expliquiez, j'aime autant que vous me disiez maintenant si vous avez pas compris.*
>
> Michel : *En fait 3 si on la déplace ça fait 7, et 4 si on la déplace ça fait 15.*
>
> Chercheur : *Oui.*
>
> Michel : *Voilà.*
>
> Chercheur : *oui c'est ça (inaudible) parce que demain ou mercredi vous-mêmes vous devez l'expliquer donc j'ai pas envie que vous ayez l'air ridicule tout ça parce que vous avez pas osé poser une question, d'accord ?*
>
> Michel : *j'ai compris ce que vous venez de dire.* »

Les stagiaires, eux, prennent la position d'élèves qui essaient de comprendre la réponse et de la restituer. Ces deux positions s'éloignent du but de ce stage, mais elles permettent aux stagiaires d'aller au-delà de la manipulation et d'attraper un élément important du rapport institutionnel au savoir des mathématiciens, comme l'indique le chercheur :

> *« En fait là ce que j'ai fait c'est de vous donner un moyen euh plus facile de compter les coups d'accord ? Jean ? Parce que si pour 5 rondelles de départ il faut 31 coups, je pense que demain matin on y est encore, à un moment on va en avoir marre. Donc les matheux essaient de trouver un truc pour qu'on aille vachement plus vite et pour trouver quand même quelque chose de plus. »*

Nous voyons là que le chercheur donne deux indications précieuses : le mathématicien trouve des moyens pour se passer de l'action, et les moyens trouvés permettent de poser d'autres problèmes qui vont au-delà du problème initial, et d'aborder la généralisation.

La question de la généralisation et de l'écrit

L'un des éléments importants du rapport institutionnel aux mathématiques (savoir et pratiques) dans l'institution « stage Hippocampe » c'est de comprendre le pouvoir de généralisation des mathématiques. Ce pouvoir commence à être perçu par les élèves dans le système éducatif lors de la construction des systèmes de nombres, mais aussi dans le passage de l'arithmétique à l'algèbre où la lettre prend non seulement le statut d'inconnue, mais aussi celui de variable. Le rapport à la lettre n'est pas évident pour certains élèves en difficulté, notamment au collège.

Dans les entretiens des stagiaires, des items à valence négative apparaissent autour du rapport à la lettre : « *Parce qu'on nous dit au primaire que l'on peut calculer que des chiffres et on arrive au collège et on nous dit de calculer des lettres. Quand on leur demande la lettre c'est quoi et ben c'est x donc on ne comprend pas forcément.* » (S9) ; « *Ce qui est difficile pour moi c'est le x par exemple si on met un truc x et que l'on doit mettre la réponse moi je ne comprends plus rien* », « *Voilà les chiffres inconnus que l'on doit trouver c'est trop difficile* » (S15).

Voyons comment le stage « Hippocampe-mathématiques » a pu faire rencontrer à ces trois stagiaires cette question de la généralisation et de l'écrit.

Les stagiaires ont la réponse du problème pour 3, 4 et 5 rondelles. Mais le chercheur veut qu'ils commencent à écrire, qu'ils formulent le problème :

> « Chercheur : *vous n'avez pas rédigé sur papier, ça c'est important le papier aussi.*
>
> Michel : *on n'a pas d'idée nous, on a rédigé*
>
> Chercheur : *juste écrivez le sujet, vous avez toujours pas écrit le sujet*
>
> Michel : *comment ça le sujet ?* »

Le contrat n'est pas encore clair entre les stagiaires et le chercheur, celui-ci le formule alors explicitement :

> « Chercheur : *demain vous allez avoir à faire un exposé, un mini exposé entre nous, vous allez devoir dire quel était votre sujet. Et là avec tout ce que vous avez démontré, ce que vous avez trouvé, vous avez le moyen de faire un bon truc quoi*. »

L'incompréhension vient du fait que pour le chercheur, lorsqu'on fait un exposé on doit présenter son sujet, cela fait partie de son rapport personnel. Ce n'est pas le cas pour les stagiaires pour lesquels leur rapport personnel aux mathématiques n'inclut pas le fait de faire des exposés et d'indiquer le sujet d'étude. C'est d'autant plus difficile qu'ils ont pris une position d'élèves et que le chercheur a pris une position d'enseignant.

Pour sortir du blocage qui s'installe (blocage qu'on voit par un discours à côté de ce que le groupe fait), le chercheur décide de poser le problème pour 6 rondelles où le nombre de coups est beaucoup plus important pour prendre de la distance par rapport à la manipulation que les stagiaires continuent encore (surtout Jean).

Ce travail pour n = 6 donne l'occasion au chercheur d'indiquer quelques éléments importants du rapport institutionnel aux mathématiques : « *écris ton calcul, au pire tu écris* ». Cette demande d'écrire le nombre de coups à chaque cas, permet à Jean de donner la réponse pour n = 6. Il écrit :

$$7 + 1 + 7$$

$$15 + 1 + 15$$

$$31 + 1 + 31$$

Ensuite, à la demande du chercheur, Jean explique ce qu'il a fait : « *ben y'a juste à décaler* ». Suite à une demande de précisions, il renchérit : « *ben j'ai décalé* » et se tourne vers Michel qui acquiesce de la tête : « *en fait c'est comme si tu là tu décalais le truc* ».

Le chercheur peut alors lui demander de calculer le nombre de coups pour n = 7. Michel écrit le calcul : « 63 + 1 + 63 ».

Cet extrait est intéressant pour montrer l'importance de l'écrit dans le travail mathématique. En effet, ce n'est pas seulement un moyen d'exprimer et de formuler un problème, une trace-mémoire, c'est aussi le moyen d'identifier des relations. La dimension ostensive de l'écriture est ainsi mise en évidence dans le rapport institutionnel aux mathématiques.

CONCLUSION

Les données de cette enquête exploratoire auprès des stagiaires de l'École de la deuxième chance de Marseille apportent les éléments suivants.

Les souvenirs mathématiques de leur scolarité dans le système conventionnel sont précis. Ils évoquent le calcul et la géométrie, parfois de manière générique, parfois de manière spécifique en citant des points particuliers du curriculum.

Leur rapport personnel aux mathématiques est contrasté : on trouve des énoncés à valence négative mais encore plus d'énoncés à valence positive. Les souvenirs positifs se réfèrent aux professeurs et à l'utilité sociale et professionnelle de cette discipline. Au-delà du simple intérêt pragmatique, ce rapport instrumental met en exergue l'importance du sens des savoirs, dont ces jeunes soulignent la dimension didactique et éducative fondamentale, aussi bien pour l'engagement dans les apprentissages que pour l'adhésion à la scolarité.

Les trois stagiaires observés lors du stage « Hippocampe-mathématiques » ont pu identifier et formuler un problème mathématique en partant d'un jeu. Ils ont dépassé la manipulation et la description des résultats de cette manipulation. Les conditions ont été créées pour que leur rapport personnel aux mathématiques puisse se transformer : trouver un modèle mathématique qui remplace l'action, généraliser le problème initial, passer par l'écrit pour mettre en évidence une relation mathématique.

La relation pédagogique et la mise en situation didactique du stage « Hippocampe-mathématiques » sont censées mettre les jeunes en position de chercheur, tel un mathématicien. Or, ce n'est pas ce qui s'est passé. Voyant que les stagiaires ne sortent pas de la manipulation, le chercheur en mathématiques adopte une posture traditionnelle d'enseignant, qui guide fortement les stagiaires qui eux, adoptent à leur tour une posture traditionnelle d'élèves. Le chercheur pose des questions très ciblées, qui induisent le raisonnement ou la stratégie de résolution à suivre, donne des réponses, cadre fortement les dialogues.

Ces postures s'éloignent des positions prévues au départ, mais permettent néanmoins de faire émerger des éléments importants du rapport institutionnel au savoir des mathématiciens.

Que fait le chercheur lors du stage, permettant aux jeunes de s'approprier le problème ?

L'analyse des séquences vidéo montre que les interventions directives du chercheur pointent de façon claire et explicite les procédures à développer et l'objectif du travail. De plus, elle vérifie constamment la compréhension des consignes données et du type de travail à effectuer. Elle remet les stagiaires dans la tâche dès qu'ils en sortent, et étaye pas à pas les étapes de résolution du problème posé. Sa posture est celle d'un enseignant, certes, mais celle d'un enseignant expérimenté qui distille les éléments du savoir permettant à son groupe d'avancer, et non pas livrant la solution en coupant court le raisonnement. Elle institutionnalise régulièrement la progression, et éclaire le chemin à suivre, autorisant la dévolution de l'action didactique chez les jeunes. Les malentendus sociocognitifs n'ont pas le temps de s'installer.

Elle valorise également le travail des stagiaires et leurs compétences individuelles, leur permettant de faire l'élève et de se penser en capacité d'être élève : « Pierre : *lui il est con*. Chercheur : *non il est pas con, il cherche, c'est un chercheur, c'est ça, les chercheurs cherchent* » ; « Jean : *je sais plus écrire*. Chercheur : *mais si tu sais écrire, le problème c'est que tu n'as pas confiance en toi, mais tu devrais parce que t'es bon* » ; « Chercheur : *demain vous allez avoir un exposé, un mini exposé entre nous, vous allez devoir dire quel était votre sujet. Et là avec tout ce que vous avez démontré, ce que vous avez trouvé, vous avez moyen de faire un bon truc*. » Les dimensions scolaires et identitaires sont réunies, et peuvent déclencher un cercle vertueux d'appropriation active de la tâche.

Rochex (1997) indique les limites des aides pédagogiques mises en place auprès des élèves en difficulté issus de milieux défavorisés, pouvant les leurrer sur la nature des apprentissages scolaires, parce que les amenant à réussir les activités sans s'emparer véritablement des savoirs sous-jacents ; la logique de réussite ne s'accompagne alors pas forcément de la logique d'apprentissage. C'est le cas par exemple lorsque ces aides sont déclinées en une parcellisation des tâches sans rendre apparent, explicite et appréhensible la signification des disciplines enseignées ; lorsque les élèves ne perçoivent pas en quoi, et n'utilisent pas, les savoirs travaillés pour mettre à distance leur expérience quotidienne et ainsi, à la fois construire un rapport au monde objectivé ; lorsque le lien au métier maintient ces élèves dans un rapport au savoir utilitariste sans donner la consistance cognitive et culturelle des savoirs qui nourrissent les compétences d'accès au métier. Ainsi, la formation naît d'une dialectique où le pédagogique et le didactique s'interpellent mutuellement. L'étude de cas présentée témoigne d'indices qui vont dans ce sens.

L'identification croisée des éléments didactiques et pédagogiques, tant au niveau des postures professionnelles des chercheurs/enseignants qu'au niveau des positions institutionnelles occupées par les stagiaires, montre que le changement amorcé du rapport au savoir mathématique de ces jeunes s'est effectué dans un cadre d'enseignement distinct du cadre scolaire traditionnel, mais a été enclenché par des pratiques qui se rencontrent dans le système traditionnel. Ainsi, l'efficacité de l'agir enseignant est étroitement liée aux conditions structurelles de sa mise en œuvre. Cette étude de cas va dans le sens d'autres enquêtes indiquant la plus grande efficacité des actions structurelles sur le décrochage scolaire, comparées aux actions ciblées sur un public spécifique s'intégrant à un système scolaire qui reste sélectif et élitiste (Bernard, 2011).

Teresa Assude, Sylviane Feuilladieu, Charline Dunand
Apprentissage-didactique-évaluation-formation (ADEF - ÉA 4671)
Université d'Aix-Marseille

Bibliographie

Balas G. (2012). *Lutter contre le décrochage scolaire : vers une nouvelle action publique régionale*. Paris : Fondation Jean Jaurès.

Bautier E., Bonnéry S., Terrail J.-P., Bebi A., Branca-Rosoff S., Lesort B. (2002). *Décrochage scolaire : Genèse et logique des parcours*. Paris : DPD/MEN.

Bautier E., Rayou P. (2009). *Inégalités d'apprentissage : programmes, pratiques et malentendus scolaires.* Paris : PUF.

Bernard P.-Y. (2011). *Le décrochage scolaire*. Paris : PUF, QSJ.

Blaya C. (2010). *Décrochages scolaires*. Bruxelles : De Boeck.

Bonnéry S. (2007). *Comprendre l'échec scolaire : élèves en difficultés et dispositifs pédagogiques.* Paris : La Dispute.

Bourdieu P., De Saint Martin M. (1975). Les catégories de l'entendement professoral. *Actes de la recherche en sciences sociales*, 1, 3, 68-93.

Brousseau G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Charlot B. (1997). *Du rapport au savoir. Éléments pour une théorie*. Paris : Anthropos.

Chevallard Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 12.1, 73-111.

Chevallard Y (2003). Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques. *In* S. Maury, M. Caillot (éds.). *Rapport au savoir et didactiques*. Paris : Fabert, p. 81-104.

Harlé I. (2010). *La fabrique des savoirs scolaires*. Paris : La Dispute.
Janosz M. (2000). L'abandon scolaire chez les adolescents : perspective nord-américaine. Ville-école-intégration, *Enjeux*, n° 122, 105-127.
Lahire B. (2007). La sociologie, la didactique et leurs domaines scientifiques. *Éducation et didactique*, n° 1 (1), 73-81.
Rochex J.-Y. (1997). Apprendre : des malentendus qui font la différence. *In* J.-P. Terrail (éds.). *La scolarisation de la France*. Paris : La Dispute, p. 105-122.
Schubauer-Leoni M.-L., Leutenegger F. (2002). Expliquer et comprendre dans une approche clinique/expérimentale du didactique ordinaire. *In* F.Leutenegger, M. Saada-Robert (éds.). *Expliquer et comprendre en sciences d'éducation*. Bruxelles : De Boeck, p. 227-251.