

ANALYSE DE L'INITIATION AU PROCESSUS D'INSTRUMENTATION DANS DES MANUELS SCOLAIRES UTILISANT LE NUMERIQUE

Claire Guille-Biel Winder *, Edith Petitfour **

RESUME

Nous analysons des propositions d'enseignement de notions géométriques faites dans les manuels scolaires dans le cadre des programmes français d'enseignement à l'école primaire. Nous centrons notre étude sur l'enseignement du thème « perpendicularité et parallélisme » en CM1 au moment où ces notions deviennent objet d'étude. Nous nous intéressons ici plus spécifiquement aux choix des auteurs de manuels relatifs aux artefacts et types de tâches associés, ainsi qu'à l'initiation au processus d'instrumentation : nous étudions les modalités de transmission des manières d'utiliser les instruments avec des outils d'analyse de l'action instrumentée et interrogeons la potentialité des différents artefacts à conduire à des significations mathématiques. Nos analyses portent sur deux manuels investissant la complémentarité des environnements papier-crayon et numérique en proposant des animations numériques : *La Méthode Heuristique de Mathématiques* et *iParcours*.

Mots clefs : perpendicularité, parallélisme, manuel numérique, analyse de manuels, processus d'instrumentation

ABSTRACT

We analyze proposals for teaching geometric concepts made in French primary school textbooks. We focus our study on the teaching of the theme “perpendicularity and parallelism” in second grade, when these notions become subject of study. In this study, we look at the choices of the authors of manuals, related to artifacts and associated type of tasks, as well as the initiation to the instrumentation process: we study the methods of transmission of the ways of using instruments and we question potentiality of different artifacts to lead to mathematical meanings. We use tools of analysis of the instrumented action. Our analyses focus on two textbooks investing the complementarity of the paper-pencil and digital environments by proposing digital animations: the *Heuristic Method in Mathematics* collection and the *iParcours* collection.

Key words : perpendicularity, parallelism, digital textbook, textbook analysis, instrumentation process

INTRODUCTION

Cette étude s'inscrit dans le développement d'un travail portant sur l'analyse des propositions d'enseignement de notions géométriques faites dans les manuels scolaires dans le cadre des programmes français d'enseignement à l'école primaire (Guille-Biel Winder & Petitfour, 2018, 2019). Puisque le cycle 3 est une période importante du développement des apprentissages géométriques, nous avons choisi de nous intéresser au niveau CM1, première année de ce cycle. Nous centrons alors notre étude sur l'enseignement du thème « perpendicularité et parallélisme » en CM1, au moment où ces notions sont introduites et nous nous intéressons ici au processus d'instrumentation (Rabardel, 1995). Quels sont les choix des auteurs relativement aux propositions d'utilisation d'artefacts et aux types de tâches associés ? De quelle manière le processus d'instrumentation est-il initié ?

En appui sur la définition de livres scolaires (décret 2004-922 du 31 août 2004), nous désignons par manuel scolaire d'une collection donnée les divers documents destinés à l'élève (livre-élève, fichier, cahier d'exercices, répertoire, etc.) et leur mode d'emploi destiné aux enseignants (guide de l'enseignant (GdE), compléments d'informations transmis via l'éditeur sur son site ou dans un ouvrage). Certains éditeurs ont fait le choix innovant de développer des manuels scolaires s'appuyant essentiellement sur des ressources numériques. Nous avons retenu *La Méthode Heuristique de Mathématiques* (MHM, Editions du Net) et *iParcours Maths* (Génération 5). Nous présentons dans une première partie notre méthodologie, en lien avec les appuis théoriques retenus. Les parties suivantes sont consacrées à la présentation et à l'analyse des manuels choisis.

* ADEF UR 4671, Aix-Marseille Université, claire.winder@univ-amu.fr

** LDAR, Université de Rouen Normandie, F-76821 Mont-Saint-Aignan. Universités de Paris, Artois, Cergy-Pontoise, Paris-Est Créteil. ORCID iD : 0000-0002-8927-693X edith.petitfour@univ-rouem.fr

METHODOLOGIE ET APPUIS THEORIQUES

Pour réaliser cette étude, nous prenons en compte toutes les ressources de la collection mises à disposition de l'enseignant, pour certaines analogues dans le format papier et le format numérique, pour d'autres spécifiques au format numérique (films d'animation) ou au format papier (ouvrage). Nous identifions dans le manuel : les contenus mathématiques, les apports didactiques (présentation d'erreurs ou de procédures d'élèves, mise en évidence de trajectoires d'enseignement), le guidage pédagogique (informations sur ce que doit faire l'enseignant, éléments d'explicitation comme la mise en évidence des idées centrales du curriculum et des raisons sous-jacentes aux recommandations pédagogiques), les éléments organisationnels et planificateurs proposés (fiches élèves, scénarios à utiliser, plans de séquence). Nous nous appuyons également sur les Instructions Officielles en vigueur.

Les manuels proposent l'usage de différents artefacts pour réaliser des actions instrumentées visant à la reconnaissance et à la construction des relations géométriques de perpendicularité et de parallélisme. Pour évaluer les propositions d'utilisation de ces artefacts, nous avons introduit quatre critères :

Conformité (par rapport à l'Institution). Le manuel est conforme aux instructions officielles si les actions instrumentées proposées correspondent à celles requises dans les programmes.

Validité (relativement aux mathématiques). Le choix d'un instrument proposé par le manuel pour réaliser une action instrumentée est valide si l'instrument permet de réaliser une figure juste, c'est-à-dire une figure dont le tracé est obtenu par un usage de propriétés géométriques portées par un instrument approprié, tout positionnement perceptif étant par conséquent exclu.

Pertinence (en lien avec les apprentissages). Les savoirs enseignés sont pertinents au regard des objectifs d'apprentissage visés.

Cohérence (en référence au curriculum implémenté). La progression des savoirs enseignés relativement à l'usage des instruments est organisée de façon cohérente.

Pour analyser l'initiation au processus d'instrumentation proposée par le manuel, nous nous intéressons aux ostensifs comme les éléments de langage (vocabulaire et expressions) proposés par le manuel ou les objets sur lesquels porte l'étude. Nous repérons les artefacts utilisés et étudions les modalités de transmission des schèmes d'utilisation des instruments (schémas, vidéo, langage). Nous nous appuyons sur le cadre d'analyse de l'action instrumentée développé par Petitfour (2017) pour analyser les différents types de connaissances, en lien avec le processus d'instrumentation, qui sont enseignées ou explicitées dans les manuels. Les *connaissances pratiques* relèvent du plan matériel et corporel lié à l'action instrumentée et concernent aussi son organisation. Les *connaissances techniques* concernent les instruments choisis, leurs fonctions et schèmes d'utilisation. Les *connaissances spatiales* sont relatives à la sélection perceptive d'informations spatiales et à leur interprétation, à l'anticipation de transformations et de déplacements, à l'extraction ou aux décompositions et recompositions de figures. Les *connaissances graphiques* correspondent aux informations graphiques à prélever et à interpréter. Elles sont reliées aux tracés, aux codages, aux notations et aux symboles. Les *connaissances géométriques* sont liées aux objets géométriques, à leurs relations et leurs propriétés. Nous les étudions en lien avec les différentes significations des concepts de perpendicularité et de parallélisme pouvant être abordées au cycle 3 (Reymonet, 2004 ; Dussuc, Gerdil-Margueron & Mante, 2006 ; ERMEL, 2006). Les principales significations rattachées au concept de perpendicularité sont : droites qui se coupent en formant quatre angles droits / droites qui se coupent en formant un angle droit en lien avec la notion d'angle ; la distance d'un point à une droite d s'obtient sur la droite perpendiculaire à la droite d passant par le point en lien avec la notion de distance ; droites obtenues par le pliage pli sur pli d'une feuille de papier pliée en deux en lien avec la notion de symétrie ; droites supports de côtés consécutifs d'un rectangle en lien avec des connaissances sur les propriétés du rectangle. Les principales significations rattachées au concept de parallélisme sont : droites du plan non sécantes (« qui ne se coupent jamais ») en

lien avec l'incidence et basée sur la perception ; droites d'écart constant à relier avec la notion de distance ; droites de même direction (« penchées pareil ») ; droites de même pente en relation avec la notion d'angle ; droites obtenues par glissement sans tourner en référence aux transformations du plan ; droites perpendiculaires à une même troisième en appui explicite sur la notion de perpendicularité et pouvant être considéré comme un cas particulier de droites de même direction ; droites supports de côtés opposés de formes familières (le carré, le rectangle, voire le trapèze ou le parallélogramme). Nous identifions les significations des deux notions en lien avec l'usage des artefacts, qu'elles soient explicitement abordées ou sous-jacentes aux techniques proposées. Nous interrogeons également la potentialité de différents artefacts à conduire à des significations mathématiques. Nous examinons enfin les formulations des connaissances géométriques ainsi que le lexique employé.

ANALYSE DU MANUEL *IPARCOURS MATHS*

La collection *iParcours Maths* est née de l'initiative de professeurs de mathématiques ayant travaillé dans le cadre de l'association Sésamath¹. Le manuel de CM1 est un cahier d'exercices sous forme papier ; il est accessible à tous sur le net sous forme numérique. Le cahier numérique comporte les exercices du format papier, des compléments numériques (aides animées, corrections), des QCM, des exercices supplémentaires. Certains énoncés sont sonorisés. Il n'existe pas de GdE relatif à l'utilisation de ce cahier d'exercices. Les exercices sont organisés selon quatre domaines introduits dans cet ordre : Nombres et calculs, Espace et géométrie, Grandeurs et mesures, Résolution de problèmes. « Espace et géométrie » se décompose en cinq chapitres dont « Droites parallèles et perpendiculaires » est le premier.

1. Propositions d'artefacts et types de tâches associés

Dans ce manuel, la reconnaissance des relations de perpendicularité et de parallélisme ainsi que les constructions associées à ces relations mettent en jeu la perception visuelle en appui sur les supports proposés (plan avec des rues, quadrillage). Dans les tâches de reconnaissance de la relation de perpendicularité, ni la consigne, ni le corrigé des exercices ne suggèrent l'utilisation de l'équerre. Celle-ci apparaît bien en revanche dans l'aide animée. La règle est à utiliser dans différentes tâches de tracé « balisé » sur support uni : pointillés à choisir pour tracer des droites parallèles et perpendiculaires à une droite donnée (figure 1(a)), « chemin à angle droit » à tracer dans un labyrinthe (figure 1(b)), traits à repasser pour construire « un chemin qui tourne à angle droit » (figure 1(c)).

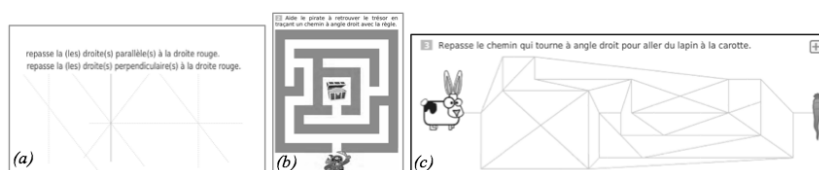


Figure 1. – Extraits du cahier *iParcours Maths* p.45(a), p.46(b) et p.47(c).

Les types de tâches proposés mettent essentiellement en jeu des connaissances spatiales avec un appui visuel sur des propriétés de réseaux quadrillés, ce qui n'est pas pertinent au regard des apprentissages géométriques visés *via* la construction instrumentée. En outre, l'utilisation de la règle imposée dans la consigne pour tracer le chemin dans le labyrinthe suppose des positionnements perceptifs de cet instrument (verticaux et horizontaux) qui mettent aussi en jeu des connaissances spatiales. Le choix de la règle n'est par ailleurs pas valide pour tracer des angles droits.

¹ <https://www.sesamath.net>

2. Initiation au processus d'instrumentation

Aucune indication n'est fournie à l'enseignant sur la manière de mener les séances ou sur les savoirs à institutionnaliser. L'usage des instruments est exposé dans deux aides animées, intitulées « Droites parallèles » et « Droites perpendiculaires ». Des instruments « en mouvement » apparaissent aussi dans la correction animée de certains exercices : il s'agit essentiellement de la règle pour tracer des droites et une seule fois de l'équerre pour repérer les droites perpendiculaires ou tracer des segments. Les aides animées sont annoncées par leurs auteurs comme destinées à « illustrer les techniques importantes ». Ces techniques concernent deux types de tâches seulement : la construction de droites parallèles et la reconnaissance de la relation de perpendicularité. Dans les aides animées, des techniques de reconnaissance de la relation de parallélisme sont sous-jacentes aux définitions proposées (mesurage de l'écart entre les deux droites ou constat de non incidence), mais elles ne sont jamais explicitées. Les techniques de tracé présentées dans les films ne sont jamais réinvesties dans les exercices proposés, ce qui dénote un manque de cohérence dans la progression proposée. Enfin l'absence de technique relative à la construction de droites perpendiculaires pose un problème de conformité aux instructions officielles.

3. Modalités d'exposition de l'usage des instruments dans les films d'animation

Avec le manuel numérique, les élèves peuvent décider de visionner les aides animées. Leur très courte durée (moins d'une minute) rend même envisageable plusieurs visionnements. La possibilité de faire des arrêts sur image, de reculer ou d'avancer permet de suivre pas à pas la réalisation de l'action et de revenir sur ce qui n'a pas été bien perçu le cas échéant. La reconnaissance de la relation de perpendicularité est présentée sur un couple de deux droites tracées sur un support uni, puis un exemple est proposé sur support quadrillé. Concernant la relation de parallélisme, le support est toujours uni et la définition est illustrée avec un couple de droites. Les instruments virtuels (règle graduée, équerre et crayon), imitent ceux de l'environnement papier-crayon. La trace graphique et les positionnements d'instruments sont présentés face à soi, comme ce que l'on verrait si l'on traçait dans l'environnement papier-crayon. Nous pouvons remarquer une absence d'éléments corporels visibles : le crayon se déplace tout seul ; l'équerre apparaît là où il se doit et disparaît ensuite ; certains tracés de droites sont réalisés sans crayon ni règle. Des éléments sont mis en évidence par un clignotement au moment où l'on en parle, différents codes couleurs sont utilisés pour les codages et objets géométriques, mais il n'y a pas de cohérence globale sur les aides animées. Les techniques sont présentées à l'oral par une voix-off pouvant être doublée du texte écrit.

4. Connaissances en lien avec l'action instrumentée

Chaque relation est introduite dans une aide animée avec utilisation de l'équerre. La relation de perpendicularité apparaît en lien avec la vérification d'un angle droit formé par deux droites (« Deux droites sont perpendiculaires si elles sont sécantes en formant un angle droit »). La signification « se coupent en formant quatre angles droits », non formulée, est utilisée implicitement : l'angle droit codé n'est pas celui vérifié à l'équerre. La relation de parallélisme entre deux droites est explicitée à partir du tracé de deux segments perpendiculaires à l'une des droites. Le discours qui accompagne l'image fait référence à deux significations (même direction et écart constant) : « Deux droites qui ont la même direction sont parallèles si leur écartement est toujours le même ». Cette formulation n'est pas valide (elle laisse penser qu'avoir la même direction est une condition nécessaire mais non suffisante pour vérifier la relation) et ne permet pas une mise en lien entre les deux significations. La signification relative à l'incidence est abordée avec la présentation de l'extension des traits sur l'écran. Une technique de tracé utilisant les deux côtés de la règle est

présentée : elle s'appuie implicitement sur la signification « côtés opposés de quadrilatères particuliers ». Enfin, la présentation de l'équerre qui « glisse le long d'une règle » pour tracer des droites parallèles entre elles réfère soit à la translation, soit à la direction. Le passage d'une signification à l'autre n'est jamais pris en compte.

Concernant les connaissances graphiques, le codage de l'angle droit est introduit, de même que le symbolisme // et \perp . L'introduction de ce symbolisme en début de l'apprentissage des notions n'est pas conforme aux programmes scolaires.

La confusion possible des élèves entre une droite (objet géométrique infini) et sa représentation (trait droit d'une certaine longueur que l'on peut prolonger comme on veut) est bien prise en compte dans les aides animées. Par exemple « Droites perpendiculaires » propose un couple de droites dont la représentation nécessite un prolongement afin de voir le point d'intersection. Notons toutefois l'absence d'exposition de connaissances techniques pour ce tracé : le prolongement apparaît à l'écran sans usage de l'instrument qui serait à utiliser dans l'environnement papier-crayon. Des connaissances techniques relatives à l'utilisation de l'équerre sont présentées dans les aides animées : pour vérifier la relation de perpendicularité entre deux droites, on voit apparaître le dessin d'une équerre positionnée au niveau d'un angle formée par les deux droites étudiées ; pour vérifier le parallélisme de deux droites, l'équerre permet de tracer des segments perpendiculaires à l'une des droites ; pour tracer un réseau de droites parallèles, on la fait glisser le long d'une règle. « Droites parallèles » présente aussi des techniques de tracé avec la règle : règle comme gabarit en utilisant ses deux côtés longs, règle comme support au glissement de l'équerre.

Aucune connaissance pratique n'apparaît.

ANALYSE DU MANUEL *METHODE HEURISTIQUE EN MATHEMATIQUE*

La *Méthode Heuristique de Mathématiques (MHM)* se réfère à une « méthode heuristique », tirée de l'expérience de terrain de son auteur, maintenant inspecteur de l'éducation nationale. Ce manuel, entièrement numérique excepté un guide qui précise le fonctionnement de la « méthode », est accessible directement sur le net². Différents documents analogues à ceux en ligne sont édités depuis peu en format papier aux éditions Nathan. Chaque année est organisée en 24 modules comportant le même nombre de séances présentées dans un document décrivant les séances. Les documents nécessaires à la mise en œuvre de ces modules (pour le CM1 et le CM2) sont regroupés dans un dossier « CM_Modules » contenant des fichiers téléchargeables sur le site : on y trouve des affiches pour la classe ainsi que des fiches d'exercices relatifs au thème du module. Dans le dossier « Leçons » sont proposées des traces écrites relatives aux différents modules. Le dossier « Rallye Maths » contient des exercices de rallye (résolution de problèmes). Le dossier « Fichiers » propose des exercices en autonomie. Dans certaines séances, le manuel renvoie à des ressources numériques complémentaires : « Le point maths » conçu par l'auteur du manuel et diffusé sur Youtube, des films d'animation du réseau Canopé, des « compléments didactiques » sur le site Primaths. Le document papier *La Méthode Heuristique de Mathématiques* est présenté par son auteur comme « la pierre angulaire » de la méthode qui « permet de comprendre les choix pédagogiques et didactiques et précise le fonctionnement de la méthode au-delà d'une simple aspect 'pratique' en classe ».

1. Propositions d'artefacts et types de tâches associés

Nous nous intéressons d'abord aux artefacts utilisés dans les exercices en lien avec les deux notions (modules 3 et 10), ainsi que dans le GdE.

² <https://methodeheuristique.com>

Dans la séance Mod3-S5³ ainsi que dans la trace écrite de Mod10-S6, l'équerre est utilisée pour reconnaître et vérifier la perpendicularité de droites ainsi que pour tracer des droites perpendiculaires. Concernant la relation de parallélisme (Mod10-S7), aucun artefact n'est suggéré dans les tâches de reconnaissance proposées dans l'activité introductrice (classement de droites) ou dans l'espace de la classe : les élèves devront alors faire jouer leur perception visuelle. La technique sous-jacente s'appuie sur la signification en lien avec la relation d'incidence (« droites qui ne se coupent jamais »), elle n'est donc pas transférable aux droites de l'espace. Nous notons que cet écueil n'est pas pris en considération par le manuel. En outre, l'activité de classement de couples de droites conduit, selon l'auteur, à trois classes (sécantes, perpendiculaires, parallèles), ce qui est mathématiquement erroné, les droites perpendiculaires entre elles apparaissant alors comme non sécantes. Pour tracer des droites parallèles (Mod10-S7), le GdE suggère l'usage d'objets rectangulaires (comme des règles), puis celui du guide-âne⁴. Or si ce deuxième instrument est valide dans des tâches de reconnaissance ou de contrôle, il l'est peu dans une tâche de tracé. Dans les exercices en autonomie *La ville au trésor* (figure 2), la règle est le seul artefact indiqué pour tracer droites perpendiculaires et parallèles. L'usage de cet instrument n'est alors pas valide. Enfin les techniques de tracé présentées ne sont jamais réinvesties dans les exercices proposés, ce qui dénote un manque de cohérence dans la progression proposée.



Figure 2. – Extraits de l'activité en autonomie *La ville au trésor*.

2. Initiation au processus d'instrumentation

Nous relevons peu d'indications concernant le processus d'instrumentation. Le GdE ne fournit aucune information spécifique, mais incite à présenter « différentes techniques » sans que celles-ci soient explicitées. Ainsi ce manuel n'aide pas un enseignant qui n'aurait pas de connaissances didactiques suffisantes. Ceci fait écho à ce qu'écrit l'auteur de la méthode : « La mise en œuvre de *MHM* demande d'avoir un certain nombre de connaissances didactiques et de compétences professionnelles (écouter, évaluer, observer, analyser) » (Pinel, 2018, p.187). Dans la trace écrite (*Leçon 12*), l'usage de l'équerre en lien avec la relation de perpendicularité est seulement mentionné et sur un seul type de tâches : « On utilise l'équerre pour vérifier si deux droites sont perpendiculaires ». L'utilisateur de la ressource (l'enseignant mais aussi les élèves) est renvoyé vers des films d'animation.

3. Modalités d'exposition de l'usage des instruments dans les films d'animation

Deux des films d'animation portent sur la relation de perpendicularité (*perp1* et *perp2*), deux sur celle de parallélisme (*para1* et *para2*). *Perp1* et *para1* abordent la reconnaissance de la relation, *perp2* et *para2* des techniques de tracé. Nous notons tout d'abord que ces films sont présentés dans *MHM* comme illustrant la leçon ou des techniques. Or cette finalité diffère de

³ Nous désignons chaque séance selon son rang dans le module correspondant : Mod3-S5 correspond à la cinquième séance du module 3.

⁴ Le guide-âne correspond à une feuille de papier calque sur laquelle figure un réseau de droites parallèles.

celle des concepteurs des films, pour lesquels il s'agit d'« apprendre, de façon ludique, les notions fondamentales de l'école élémentaire en mathématiques »⁵. Cette divergence d'intentions peut être source de hiatus. Dans *perp1* et *para1*, les synopsis portent sur la reconnaissance de la relation au sein d'un réseau de droites. Les deux autres films présentent une activité problématique (partager un disque en quatre parts égales dans *perp2*, respectivement réaliser une grille 3×3 pour jouer au morpion dans *para2*) qui conduit à tracer des droites perpendiculaires (respectivement parallèles) en un point donné. Ainsi ces quatre films présentent des tâches complexes pouvant masquer l'enjeu d'exposition de techniques instrumentées : extraire la technique et la décontextualiser sont laissés à la charge de l'élève. Le choix de l'aspect ludique retenu dans *perp1* (un compteur faisant apparaître le nombre de droites perpendiculaires trouvées dans le réseau) se fait au détriment de la notion mathématique visée, la perpendicularité étant une relation entre deux droites et non une propriété de droites. Dans les films, les instruments imitent ceux de l'environnement papier-crayon, ce qui facilite la transposition dans cet environnement (figure 3). Cependant la personnification des instruments (figure 3(b)) peut avoir un effet distracteur et le fait que ceux-ci soient animés se déplaçant de leur propre chef ou bien manipulés par des petits personnages (figure 3(a)) n'apporte aucune information manipulatoire transposable dans l'environnement papier-crayon.

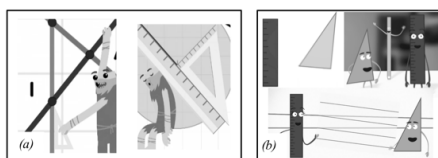


Figure 3. – Instruments présents dans les films d'animation.

Ces films présentent des vues uniquement locales (dans *perp1*, on ne voit jamais le réseau de droites en entier), et sous différents points de vue (face à soi dans *perp2*, vue du dessus dans *para1*). La prise en charge du changement de point de vue est laissée à la charge du spectateur (vue de dessus et en perspective dans *para1* et *para2*, figure 4). Cela nécessite une certaine décentration et le décryptage n'est pas aisé.

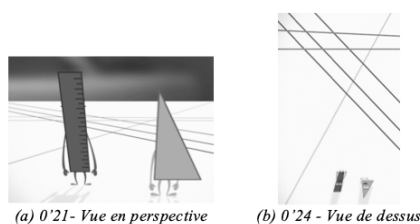


Figure 4. – Extraits de *para1*.

Différents codes couleurs permettent de différencier les codages (égalité de longueur par exemple), directions de droites, droites, ce qui constitue une aide à la visualisation. Nous constatons en outre une certaine cohérence dans ces codes d'un film à l'autre. Dans ces quatre films, des voix-off commentent et interagissent avec ce qui se passe à l'écran. Dans *perp1* et *perp2*, il faut comprendre que ce que l'on entend est un dialogue entre deux enfants jouant à un jeu informatique dont on verrait l'écran. Dans *para1* et *para2*, un commentateur décrit ce qui se passe à l'écran avec les instruments personnifiés, menant un semblant de dialogue avec eux. L'oral est chaque fois doublé de la possibilité d'un texte écrit.

Dans *perp1*, la relation de perpendicularité est formulée à l'issue de la recherche de « droites qui se croisent en formant un angle droit » avec l'équerre : « Quand deux droites se

⁵ <https://www.reseau-canope.fr/lesfondamentaux/a-propos.html> consulté le 19/10/2019

coupent en angle droit, elles sont perpendiculaires » (*perp1-1'24*). La symétrie de la relation est exprimée sur un exemple : « La droite verte est perpendiculaire à la noire en E, donc la noire est aussi perpendiculaire à la verte » (*perp1-1'29*). Dans les formulations ultérieures, la perpendicularité semble être considérée comme propriété d'une droite : « Nous venons de découvrir deux perpendiculaires d'un coup ! » (*perp1-1'38*), « Il faut trouver des droites perpendiculaires ? » ; un compteur comptabilise même six « droites perpendiculaires ». Concernant le parallélisme, une partie des formulations réfère à la relation « être parallèle à » : « la droite jaune n'est parallèle à aucune autre droite » (*para1-0'41*) ; « on peut tracer une droite parallèle à la première » (*para2-1'08*). Certaines mélangent objets géométriques et objets de l'espace graphique (« Et celle-ci aussi est parallèle à la première ligne rouge » (*para1-2'04*) ; « droites parallèles aux bords de la feuille » (*para2-0'41*)), au risque de renforcer la confusion entre les objets géométriques et leurs représentations. Par ailleurs, la symétrie de la relation n'est jamais abordée (elle ne l'est pas non plus dans le GdE, ni dans les exercices). D'autres formulations convoquent la relation entre plusieurs droites d'un même réseau : « pas de droites bleues parallèles entre elles » (*para1-1'24*) ; « Vos droites ne sont pas parallèles entre elles ! » (*para2-0'24*). Certaines formulations sont enfin non valides et sources d'erreurs, laissant penser à la propriété d'une droite (« être parallèle ») plutôt qu'à une relation entre droites : « quelles sont les droites qui sont parallèles et celles qui ne le sont pas ? » (*para1-0'30*). Les formulations sont toujours énoncées en contexte. *Para1*, proposé au visionnage à l'issue de l'introduction sur la relation de parallélisme par le GdE de *MHM*, ne peut donc pas avoir pour fonction celle d'exposition de connaissances.

4. Connaissances en lien avec l'action instrumentée

La relation de perpendicularité est définie ainsi (*Leçon 12*) : « Quand deux droites se coupent en angle droit, on dit qu'elles sont perpendiculaires ». La vérification de la relation à l'équerre dans *perp1* est bien en cohérence avec cette définition. La signification « se coupent en formant quatre angles droits » apparaît seulement dans *perp1* à travers une vérification à l'équerre des quatre angles formés par deux droites, accompagnée de la déclaration « Et forcément, quand il y a un angle droit, les trois autres le sont aussi ». La relation de parallélisme est abordée dans l'activité papier-crayon en référence à la relation d'incidence. Aucune technique n'est proposée dans le GdE pour identifier ou contrôler la relation. Celui-ci renvoie à *para1*. Dans ce film, la relation est abordée en référence à deux significations : l'une en lien avec l'incidence, l'autre avec l'écart constant. Une première technique de contrôle en lien avec la relation d'incidence est représentée mais non formulée hors contexte : il s'agit de constater que deux droites sont sécantes. Une deuxième technique est formulée mais non représentée en images : il s'agit de prolonger les droites pour vérifier si elles sont ou non sécantes.



Figure 5. – Une technique de contrôle du parallélisme présentée dans *para1*.

Une autre technique, présentée en images (figure 5) et formulée, s'appuie sur la vérification de l'écart constant : « Celle-ci est bien parallèle à la première droite puisque ces deux droites gardent toujours le même écartement entre elles. » (*para1-1'51*). Cette signification est également en lien avec l'une des techniques de tracé présentée mais non formulée dans *para2*. Une nouvelle signification en lien avec la direction est implicitement abordée dans *para1* lorsqu'une technique d'identification de la relation utilisant un guide-âne est présentée en images, dans le GdE qui mentionne « la technique du guide-âne » pour tracer des droites

parallèles (technique pourtant peu adaptée à ce type de tâche), et enfin dans *para2* lorsqu'une technique de tracé de droites parallèles par pliage de la feuille selon l'un de ses bords est mise en images mais non verbalisée. Le GdE évoque aussi « des procédures [de tracé] utilisant les deux côtés de la règle, les objets rectangles (boîtes de CD, etc.) » qui se rapportent à la signification « côtés opposés de rectangles », mais cette signification n'est pas explicitée. Il est également mentionné « la technique à partir de l'équerre ». Or plusieurs techniques de tracé utilisant cet artefact sont envisageables : elles réfèrent soit à la double perpendicularité (en traçant la perpendiculaire de la perpendiculaire à une droite donnée), soit à la translation (en faisant glisser l'équerre le long de la règle), soit à la notion de distance (en utilisant l'équerre pour construire des points à la même distance d'une droite donnée).

Les connaissances graphiques en jeu concernent le codage de l'angle droit dans les quatre films et celui de l'égalité de longueurs dans *para1* et *para2*.

Les connaissances techniques portent sur différents artefacts. Dans *perp1*, on apprend que l'équerre permet de vérifier la perpendicularité. L'animation accompagnée d'un discours (dialogue entre des enfants) porte sur la manière d'utiliser l'équerre pour vérifier les angles droits formés par deux droites, avec des conseils donnés suite à de mauvais positionnements présentés via le bonhomme à l'écran (Figure 6). Il faut comprendre ce que signifie « le bon sens de l'équerre » en comparant les positionnements présentés sur les images 1 et 2. On doit deviner que l'on cherche à voir si l'on peut mettre les côtés de l'angle droit de l'équerre, chacun sur l'une des deux droites, ceci étant exprimé de façon peu précise en termes d'ajustement de l'angle droit à ces droites. Dans *perp2*, il s'agit de tracer deux droites perpendiculaires en le centre d'un cercle. La prise en compte de ce point est passée sous silence lors du positionnement des instruments. La construction se réalise avec la règle placée sur la première droite tracée et « l'angle droit de l'équerre le long de la règle », un déplacement de la règle étant alors présenté en images avec la formulation « Je déplace la règle de l'autre côté de l'angle droit de l'équerre ». Les formulations restent imprécises. *Para1* met en images (mais pas en mots) l'utilisation du guide-âne pour identifier des droites parallèles entre elles. Le GdE incite, sans explication supplémentaire, à faire tracer des droites parallèles avec cet instrument. Nous avons précédemment soulevé la question de la validité de cette technique. *Para2* présente, en animation et sans formulation, l'utilisation de la règle pour tracer des droites. L'activité *Ville au trésor* incite à tracer des droites parallèles ou perpendiculaires en utilisant la règle et le crayon (figure 2).



Figure 6. – *Perp1*, extrait 0'37 à 0'50.

L'explicitation de connaissances pratiques prend la forme de recommandations pour le maintien des instruments : « Attention, tiens bien la règle » (*perp2*-0'42) ; « Garde bien l'équerre en position » (*perp2*-1'26) ; « Il faut que la règle et l'équerre soient bien maintenues en place pendant l'opération » (*para2*-1'12).

SYNTHESE ET CONCLUSION

Dans cette synthèse, nous reprenons les différents critères d'analyse et nous pointons plus particulièrement les manques identifiés dans chacun des deux manuels qui restent alors à la charge de l'enseignant.

Concernant les choix des auteurs relativement aux propositions d'utilisation d'artefacts, nous avons identifié les artefacts, analysé les schèmes associés en lien avec les tâches proposées. Nous avons constaté des choix d'artefacts assez similaires (règle et équerre pour les deux manuels, guide-âne uniquement pour *MHM*), mais des schèmes d'utilisation associés différents, dont certains non valides au regard des types de tâches proposés. Nous avons pointé dans les deux manuels des techniques liées à des significations variées des deux concepts, qui restent sous-jacentes (qui ne font l'objet d'aucun apprentissage), qui ne sont pas reliées avec les significations institutionnalisées dans le manuel et qui ne sont pas toutes réinvesties dans les exercices proposés, ce qui dénote un manque de cohérence par rapport à la progression. Dans *iParcours* en particulier, les techniques à mettre en œuvre dans les exercices sur le parallélisme ne sont pas mentionnées comme objets d'apprentissage. En outre, nous avons soulevé un problème de conformité aux programmes dans ce manuel (pas de tracé de droites perpendiculaires avec l'équerre).

Dans les deux manuels, le processus d'instrumentation est initié *via* des films d'animation. Si le choix d'instruments virtuels semblables à ceux de l'environnement papier-crayon peut faciliter la transposition de leur positionnement dans cet environnement, l'absence d'éléments manipulateurs visibles laisse la manipulation à la charge de l'élève. Par ailleurs certains tracés ne sont pas transposables dans l'environnement papier-crayon. Dans *MHM* en particulier, le contexte foisonnant et ludique des films d'animation masque les techniques présentées, ce qui peut faire obstacle à leur appropriation. Par ailleurs, le lien entre ce que proposent les films d'animations de Canopé et le guide de l'enseignant reste à construire.

Seul *MHM* présente un certain guidage pédagogique, mais sans éléments d'explicitation (anticipation des réponses d'élèves ou de leurs erreurs), ni proposition de formulation des savoirs visés. En outre aucun des deux manuels ne fournit de guidage didactique (explicitation et justification des variables choisies, des différents temps de l'activité, de la progression retenue, obstacles épistémologiques, connaissances en jeu), compromettant ainsi une mise en œuvre source d'apprentissage, si l'enseignant n'a pas les connaissances nécessaires ou s'il ne va pas les chercher dans d'autres ressources.

Nous soulignons, pour terminer, l'exploitation de deux atouts du numérique par les deux manuels dans la présentation des actions instrumentées pour vérifier et/ou construire les relations de perpendicularité et de parallélisme dans les films d'animation : l'usage de la couleur ou du clignotement pour porter l'attention sur les objets graphiques à considérer, l'usage de l'écrit doublé de l'oral pour permettre un meilleur accès aux informations transmises.

REFERENCES

- DUSSUC M-P., GERDIL-MARGUERON G., & MANTE M. (2006). Parallélisme au cycle 3. In *Actes du 32e colloque COPIRELEM 30-31 mai-01 juin 2005*. (pp.1-15). IREM de Strasbourg.
- ERMEL (2006). *Apprentissages géométriques et résolution de problèmes*. Paris : Éditions Hatier.
- GUILLE-BIEL WINDER C., & PETITFOUR E. (2018). L'enseignement des notions de perpendicularité et de parallélisme dans le manuel Méthode de Singapour. *Grand N* 102, 5-40.
- GUILLE-BIEL WINDER C., & PETITFOUR E. (2019). Enseignement-apprentissage des notions de perpendicularité et de parallélisme en CM1 : que proposent les manuels ? In *Manipuler, représenter, communiquer : quelle place pour les artefacts dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques ? Actes du 45e colloque COPIRELEM 12-14 juin 2018* (pp.147-197). ARPEME.
- PETITFOUR E. (2017). Outils théoriques d'analyse de l'action instrumentée, au service de l'étude de difficultés d'élèves dyspraxiques en géométrie. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 37(2/3), 247-288.
- PINEL N. (2018). *La Méthode Heuristique de Mathématiques, Enseigner les mathématiques autrement à l'école*. Saint-Ouen : Les éditions du Net.
- RABARDEL P. (1995). *Les hommes et les technologies. Approche cognitive des instruments contemporains*. Paris : Armand Colin.
- REYMONET C. (2004). Un cadre expérimental pour l'étude de la géométrie au cycle 3 : le cas du parallélisme. *Grand N* 73, 33-48.