

Brouillon Project d'une atteinte aux événements des rencontres d'un Lyonnais et d'une langue

Jean-Yves Briend

► **To cite this version:**

Jean-Yves Briend. Brouillon Project d'une atteinte aux événements des rencontres d'un Lyonnais et d'une langue. 2020. hal-02926006

HAL Id: hal-02926006

<https://hal-amu.archives-ouvertes.fr/hal-02926006>

Preprint submitted on 31 Aug 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Brouillon Project d'une atteinte aux événements des rencontres d'un Lyonnais et d'une langue

Jean-Yves Briend
Au Château de Gombert, le 21 novembre 2019

Résumé

Lorsque l'on parle de Desargues dans les textes d'histoire ou d'épistémologie, on met souvent en avant son usage d'un vocabulaire très particulier, que l'on qualifie parfois de fleuri, et le plus couramment d'obscur. Cela commence avec Jean de Beaugrand qui en 1640 dans ses *Advis Charitables*¹ attaque frontalement Desargues sur ce sujet, et se retrouve jusque dans les textes contemporains. Au delà du vocabulaire, Gille-Gaston Granger² s'est intéressé à ce qu'il a appelé le « style » arguésien dans un texte très intéressant mais qui ne déroule pas jusqu'au bout les conséquences que l'on peut tirer d'une telle analyse, ce qui demande d'entrer en grand détail dans l'étude de l'œuvre la plus profonde du géomètre, le *Brouillon Project* sur les coniques. L'un des buts de ce texte est d'approfondir la réflexion de Granger, en axant notre travail dans deux directions principales. La première concerne le rôle et l'usage de la définition chez Desargues, et nous verrons en particulier comment on trouve dans le *Brouillon Project* deux grands types de définitions qui, toutes deux, montrent que le lyonnais a dans ce domaine une approche radicalement nouvelle par rapport à la tradition euclidienne. La seconde concerne le rôle et l'usage de la phrase, en particulier dans la pratique démonstrative. Nous verrons que la langue offre à Desargues un outil puissant d'analyse des notions et des méthodes, en vue de leur unification, mais également un outil générateur d'une conception nouvelle de la pratique de la géométrie, par la confiance qu'il accorde au raisonnement, porté par le discours. Cela nous permettra d'illustrer précisément ce que Granger entend par son concept de *style*. Nous concluerons cette étude en proposant les pistes épistémologiques et didactiques offertes par la lecture et l'analyse du *Brouillon Project*, en reconsidérant les rôles de la définition mais également du formalisme, dans une approche à la fois sensible et littéraire.

¹ Lettre publiée à la fin d'un recueil d'auteurs anonymes : *Advis Charitables sur les diverses œuvres et feuilles volantes du Sr. Girard Desargues Lyonois*, chez Melchior Tavernier, Paris, 1642.

² Voir Gille-Gaston Granger, *Essai d'une philosophie du style* (Philosophies pour l'âge de la science), A. Colin, Paris, 1968.

Desargues ou la mauvaise réputation

La langue de Desargues, et en premier lieu son vocabulaire, a souvent été moquée. Rappelons ce que Jean de Beaugrand écrit dans ses *Advis Charitables* :

« L'ami qui dans les *projects brouillons* qu'il a mis au jour, ne s'est pas seulement contenté de substituer des termes barbares, en la place de ceux qui sont reçus par les savants, mais a voulu aussi en introduire, qui sont entièrement ridicules. Certes il est impossible à ceux qui savent la science sur laquelle il a voulu débiter ses pensées de s'empêcher de rire en considérant *ses rameaux droits, pliés & déployés, ses branches moyennes & couplées, ses couples de brins relatifs ou gemeaux entr'eux, ses nœuds moyens, simples, les moyens doubles, les extrêmes intérieurs, extérieurs, les rectangles gemeaux, les relatifs, les bornales droites, & une infinité d'autres termes*, qui sont plus capables de mettre les esprits *en involution* ou d'en faire des *souches réciproques*, que de leur donner quelque nouvelle lumière dans les Mathématiques. »

Cette mauvaise réputation perdue : Julian Lowell Coolidge écrit en 1945 dans *A History of the conic sections and quadric surfaces*³, à propos du *Brouillon Project* sur les coniques : « This book is written in a strange and obscure language with numerous curious and ill-chosen terms, invented by the writer to denote simple configurations. »

Comme l'écrivait Jacques Ferron⁴, « Le malentendu en littérature est à la base de la plupart des réputations » et j'espère que le présent texte montrera que la mauvaise réputation littéraire de Girard Desargues est basée sur un malentendu, c'est-à-dire sur une mécompréhension de ses intentions et de sa méthode.

Un florilège du vocabulaire arguésien

Le vocabulaire de Desargues étant si particulier, nous allons commencer par en faire une brève recension en donnant quelques définitions introduisant le vocabulaire pour lequel il a été moqué. Notre sélection est loin d'être exhaustive, mais nous l'avons faite car elle nous semble représentative des diverses manières de définir à l'œuvre dans le *Brouillon*.

Rappelons que le *Brouillon Project d'une atteinte aux évéemens des rencontres d'un Cône et d'un Plan* est un texte de Girard Desargues imprimé en 1639 dont le but est de proposer une nouvelle approche à la théorie des sections coniques. On peut considérer que le Lyonnais y introduit une manière complètement nouvelle de géométrie, qui plus tard portera le nom de *projective*. Nous renvoyons le lecteur à la version numérisée de l'unique exemplaire original connu, conservé à la Bibliothèque nationale de France sous la côte RESM-V-276 et disponible en ligne sur le site *Gallica*, ainsi qu'à l'édition de René Taton, qui fait toujours référence⁵.

- *Ordonnance de droites, but d'une ordonnance de droites*. La première définition donnée dans le *Brouillon Project* sur les conique porte sur des collections de droites. Des droites sont dites d'une même *ordonnance*, si elles sont toutes soit parallèles entre elles, soit concourantes. Si elles sont concourantes, le *but* de l'ordonnance est leur point de concours. Si elles sont parallèles, le but de leur ordonnance est *l'endroit* où l'on *conçoit* qu'elles se rencontrent, c'est-à-dire un point situé à distance infinie en chacune d'elles. Deux droites dans un même plan étant soit parallèles soit concourantes, on peut dire, comme le fait Desargues, que deux droites du plan sont toujours de même ordonnance.

³ Oxford, Clarendon press, 1945.

⁴ Jacques Ferron, *Du fond de mon arrière-cuisine*, Bibliothèque Québécoise, Montréal, 2015.

⁵ René Taton, *L'œuvre mathématique de Girard Desargues. Textes publiés et commentés, avec une introduction biographique et historique*. Presses Universitaires de France, Paris, 1951.

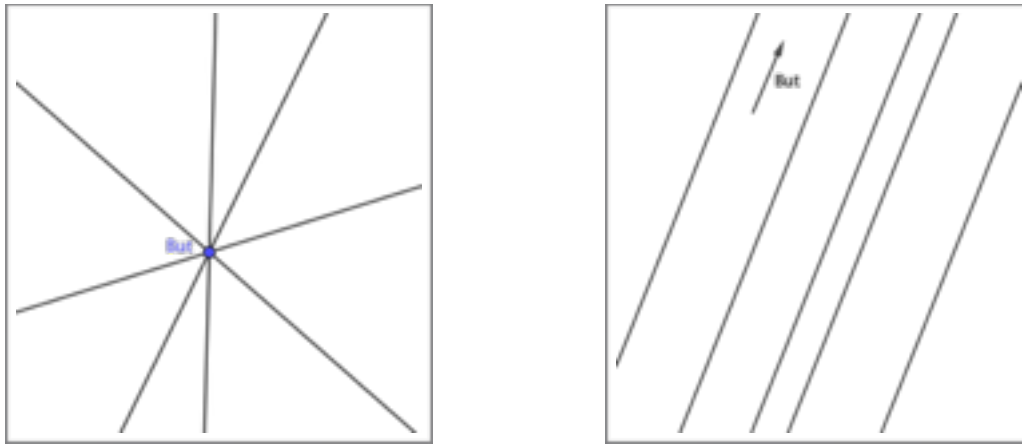


Figure 1 : ordonnances de droites et buts de ces ordonnances.

- *Ordonnance de plans, essieu d'une ordonnance de plan.* Les plans d'une collections de plan sont dits être d'une même ordonnance s'ils sont tous soit parallèles entre eux, soit concourants. Si les plans d'une ordonnance sont concourants, leur droite de concours s'en appelle l'*essieu*. Si les plans sont parallèles, l'essieu de leur ordonnance est l'endroit où l'on conçoit qu'ils se rencontrent, c'est-à-dire une "droite" dont tous les points sont à distance infinie en chacun d'eux. Deux plans de l'espace sont toujours d'une même ordonnance.

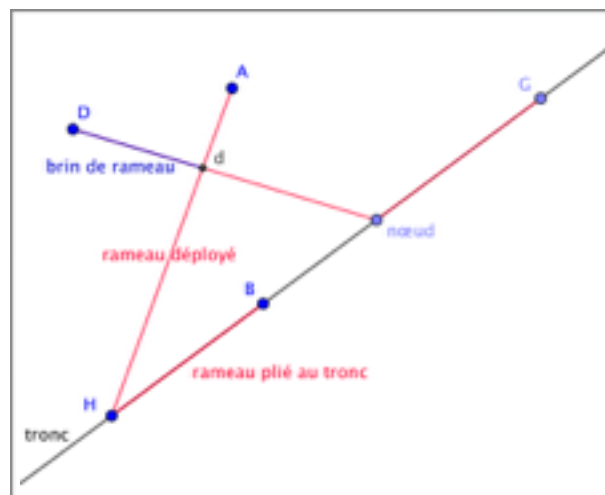


Figure 2 : Tronc, nœud, rameaux et brins.

- *Tronc, nœuds, rameaux.* Si d'une droite privilégiée dans un énoncé ou une démonstration partent plusieurs segments de droites, une telle droite est nommée *tronc*. Les points du tronc où passent lesdits segments sont appelés des *nœuds*, les segments sont eux appelés des *rameaux*. Si le segment est confondu avec le tronc, on dit qu'il s'agit d'un *rameau plié au tronc*, sinon on parle de *rameau déployé*. Enfin, si deux rameaux se coupent, les sous-segments définis par les points d'intersection sur les rameaux s'appellent des *brins de rameaux*.
- *Arbre, nœuds couplés, couples relatifs et couples gémeaux.* Soient A;B,H;C,G;D,F sept nœuds sur un tronc. On dit qu'ils forment un *arbre de souche A* si (en prenant les mesures algébriques des segments) on a $AB.AH=AC.AG=AD.AF$. Les points comme B,H ou C,G ou encore D,F sont dits *accouplés* ou former un *couple de nœuds* de l'arbre. Les segments comme AB,AH ou AC,AG ou encore AD,AF sont appelés des *branches accouplés*. Si l'on choisit un nœud comme B et un couple de nœuds comme D,F, nous obtenons un *couple de rameaux* comme BD,BF. D'un tel couple de rameau on peut de deux manières naturelles former un autre couple. On peut tout d'abord changer B en son accouplé H, et obtenir le couple HD,HF qui est dit *relatif* du précédent. On peut au contraire garder B et changer le couple D,F en un autre comme C,G, et obtenir le couple BC,BG qui est dit *gémeau* du précédent.

- *Involution*. C'est la définition la plus célèbre du *Brouillon Project* sur les coniques et le seul terme du vocabulaire arguésien qui soit arrivé jusqu'à nous, qui plus est dans sa définition originelle. On dit que trois couples de nœuds B,H;C,G;D,F sur un tronc forment une *involution*⁶ si les rapports d'aires définis par des couples relatifs sont égaux aux rapports d'aires obtenus en prenant les gêmeaux des précédents. Dit autrement, les trois égalités de rapports suivantes sont vraies :

$$\frac{BC \cdot BG}{HC \cdot HG} = \frac{BD \cdot BF}{HD \cdot HF}; \quad \frac{CB \cdot CH}{GB \cdot GH} = \frac{CD \cdot CF}{GD \cdot GF}; \quad \frac{DB \cdot DH}{FB \cdot FH} = \frac{DC \cdot DG}{FC \cdot FG}$$

La notion d'involution est centrale dans le *Brouillon Project* en ce qu'elle est à la base de l'étude projective des coniques que Desargues y mène⁷.

- *Ramée*. Soient B,H;C,G;D,F trois couples de nœuds d'une involution sur un certain tronc, et soit K un point pris hors du tronc. Soit un autre tronc ne passant en outre pas par K ; les droites issues de K et allant aux différents points B,H,C,G,D,F vont couper le nouveau tronc en des points b,h,c,g,d,f. Les segments comme bB,hH etc., tous passant par le point K, forment ce que Desargues appelle une *ramée* de l'involution BH;C,G;D,F. On peut imaginer la situation de la manière suivante : les points b,h,c,g,d,f sont les représentations en perspective sur le deuxième tronc depuis le point K des points B,H,C,G,D,F. Un des théorèmes centraux du *Brouillon Project* énonce que les trois couples b,h;c,g;d,f forment à leur tour une involution : cette notion est donc invariante par perspective centrale.

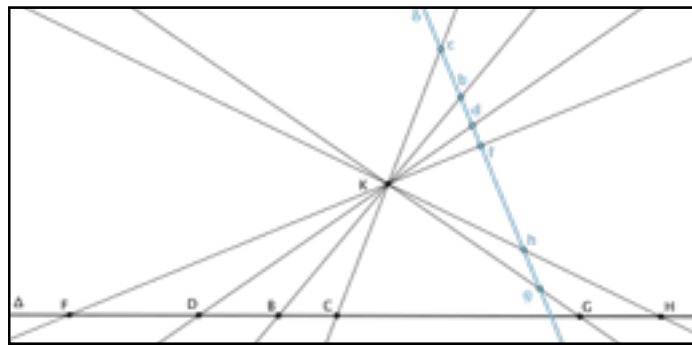


Figure 3 : une ramée.

- *Rouleau, plate assiette de rouleau, cornet et colonne*. Donnons-nous un cercle \mathcal{C} et S un point hors du plan contenant \mathcal{C} . Les droites passant par S et par un point variant sur le cercle \mathcal{C} enveloppent ce faisant un solide que Desargues appelle un *rouleau*, dont \mathcal{C} est la *plate assiette* et S le *sommet*. Si le sommet S est à distance infinie, le rouleau est un *cylindre*, tandis que s'il est à distance finie nous avons affaire à un *cornet* ou *cone*. Une *coupe de rouleau* est la courbe tracée dans un plan, dit *plan de coupe*, par l'intersection avec le bord du rouleau. Les courbes obtenues sont ce que l'on appelle usuellement des coniques. Elles viennent depuis Apollonius⁸ en trois types principaux, les ellipses, les paraboles et les hyperboles. Desargues donne à chacune de ces courbes un nom nouveau mais il ne les utilise plus par la suite ; nous ne les mentionnerons pas ici.

^{6 6} Voir l'article *La notion d'involution dans le Brouillon Project de Girard Desargues*, par Marie Anglade et Jean-Yves Briend, Archive for History of Exact Sciences, 2017.

⁷ Voir l'article *Le diamètre et la traversale, dans l'atelier de Girard Desargues*, par Marie Anglade et Jean-Yves Briend, Archive for History of Exact Sciences, 2019.

⁸ Voir par exemple : *Les Coniques d'Apollonius de Perge*, traduites et annotées par Paul ver Ecke, Desclée, de Brouwer et Cie, Bruges, 1923.

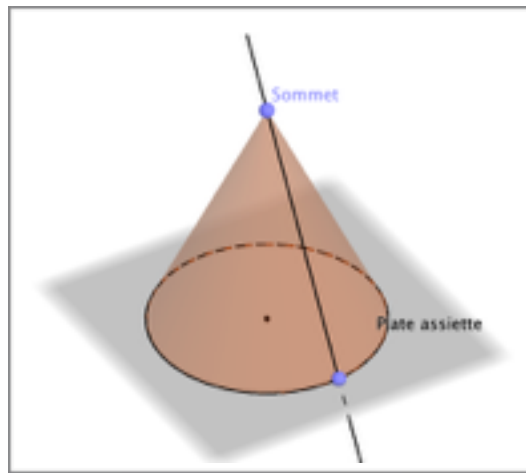


Figure 4 : un cône, son sommet et sa base.

La définition dans le *Brouillon Project*

La plupart du vocabulaire nouveau introduit par Desargues est réellement employé dans le *Brouillon Project*, où il joue un rôle actif dans le discours du géomètre. L'invention d'un tel lexique a plusieurs raisons d'être et son analyse va nous permettre de mieux comprendre le rôle qu'il joue et ainsi d'éclairer les pratiques et les conceptions arguésiennes de la géométrie.

Les deux définitions

Il y a chez Desargues deux grands types de définition. Le premier type a trait à des objets usuels de la géométrie (point, droite, plan etc.) auxquels Desargues donne des noms en rapport avec leur usage. Cette pratique est évoquée par Abraham Bosse dans un texte que nous citons plus bas. Elle a pour but de clarifier et de simplifier la présentation des constructions et des preuves. On trouve parmi ces définitions celles de nœud (un point ayant un rôle particulier), de tronc (une droite) ou de plate assiette (un plan). Le deuxième type ressort plutôt d'une énonciation axiomatique d'existence. Il procède par unification, induisant de fait un énoncé d'existence d'objets qui, d'emblée, se placent hors du champs euclidien. L'exemple le plus simple et le plus connu en est celui de but d'une ordonnance de droites. En donnant le même nom aux familles de droites concourantes ou parallèles, on force l'existence de leur but, qui en est le point de concours et qui se situe, dans le cas des droites parallèles, hors de portée de la géométrie d'Euclide.

Ces manières de définir sont complètement différentes de celles encore en usage à l'époque de Desargues, issues de la tradition euclidienne⁹, dont on peut faire une lecture porphyrienne utilisant un arbre partant d'objets singuliers dont on abstrait progressivement les qualités propres pour remonter à une racine commune qui serait la « quantité ». Cette manière de concevoir la définition, d'où toute subjectivité semble être absente, empêche tout traitement unifié des figures, un carré par exemple ne pouvant être considéré comme un cas particulier de rectangle, ou un cercle ou l'union de deux droites comme cas particuliers de sections coniques. Chacun des objets finaux attachés aux branches de l'arbre est en quelque sorte autonome des autres. C'est cette logique que Desargues va renverser par ses deux manières de définir que nous allons maintenant étudier plus en détail : par l'introduction d'une subjectivité (propre à la représentation en perspective qui l'inspire) dans le processus de définition, il opère une révolution que peu, parmi ses contemporains, seront en mesure d'accepter.

⁹ Nous renvoyons à l'introduction de Maurice Caveing à l'édition des *Éléments* par Bernard Vitrac : *Euclide, les Éléments, volume 1 : introduction générale et livres I à IV*. Presses Universitaire de France, Paris, 1990.

Les définitions clarificatrices

Commençons par lire un extrait la *Manière universelle de Mr Desargues pour poser l'essieu aux cadrans au Soleil*¹⁰, d'Abraham Bosse. Ce dernier a écrit plusieurs ouvrages dans lesquels il expose les méthodes et idées de Desargues, dont il était proche. Il était donc fort au courant de la manière dont celui-ci concevait son activité de géomètre et, plus prolix que lui, il nous a laissé des textes intéressants pour le sujet qui nous intéresse :

« Il faut que je vous déclare icy pourquoi c'est que Monsieur Desargues, par exemple au lieu de dire le plan d'une ville, d'une maison, d'une porte ; dit l'assiette d'une ville, d'une maison, d'une porte, & la dessus vous aurez moyen de juger s'il a eu raison ou non, de changer quelques noms de l'usage commun, & d'en inventer en la nécessité. Vous sçavez qu'en la géométrie on n'use du mot *plan* qu'à nommer seulement une estendue plate de grandeur indéfinie, & en quelque sens qu'elle se trouve située. (...) Vous sçavez aussi que dans les pratiques de la perspective & de l'Architecture, & semblables Arts, il est advenu qu'on use du mesme mot de *plan* à nommer particulièrement certaines figures plates, (...) or en chacune des manières universelles de pratique de Monsieur Desargues, il y a parfois à nommer de ces estendues plates indéfinies qu'en la Géométrie théorique on nomme *plan* ; il y a parfois à nommer aussi de ces figures plates déterminées, & à niveau, qu'on nomme encore *plan* en la pratique d'Architecture & de semblables Arts. (...) Or cette façon d'user d'un mesme mot à nommer tantost une chose & tantost un'autre, vous auroit causé de l'embarras & donné de la peine à le demesler. »

Deux choses émergent ici : l'une étant l'inspiration que Desargues trouve dans les arts appliqués pour le développement de sa géométrie, et l'autre l'emploi de la définition à des fins de *distinction* d'objets de même nature en fonction de l'usage qui en est fait. Notons que dans le *Brouillon Project*, les définitions s'appellent *noms imposés*, terminologie que l'on retrouve chez Blaise Pascal dans *De l'esprit géométrique* :

« On ne reconnaît en géométrie que les seules définitions que les logiciens appellent définitions de nom, c'est-à-dire que les seules impositions de nom aux choses qu'on a clairement désignées en termes parfaitement connus. »

Dans le cas décrit plus haut par Bosse, un objet portant en général le nom de *plan*, jouant un rôle particulier dans certaine construction, se voit attribuer un nom nouveau, celui d'*assiette*. L'énoncé du théorème de Ménélaüs dans le *Brouillon Project*, qui utilise la terminologie des troncs et des rameaux, nous donne un bon exemple de cette manière de faire :

« Quand en une droicte H, D, G, comme tronc à trois poincts H, D, G, comme nœuds, passent trois droictes comme rameaux déployez HKh, D4h, G4K, le quelconque brin Dh, du quelconque de ses rameaux D4h, contenu entre son nœud D, & le quelconque des deux autres rameaux HKh, est à son accouplé, le brin D4, contenu entre le mesme nœud D, & l'autre troisième des mesmes rameaux G4K, en raison mesme que la composée des raisons d'entre les deux brins de chacun des autres rameaux convenablement ordonnez, à sçavoir de la raison du brin comme Hh, au brin comme HK, & de la riason du brin comme GK, au brin comme G4. »

Dans l'énoncé du théorème de Ménélaüs apparaissent quatre droites et Desargues en met une en valeur, lui donnant le nom de tronc, les autres en devenant des rameaux. Il met en place de la sorte une version opératoire du théorème qu'il va employer à de multiples reprises dans le *Brouillon Project*¹¹, mais qu'il a également utilisé dans le traité de Perspective publié par Abraham Bosse sus-cité pour démontrer son

¹⁰ *Manière universelle de Mr Desargues pour poser l'essieu et placer les heures et autres choses aux cadrans au Soleil*, par A. Bosse, graveur en taille douce, imprimerie de Pierre Des-Hayes, Paris, 1643.

¹¹ Voir l'article *L'usage de la combinatoire chez Girard Desargues : le cas du théorème de Ménélaüs*, par Marie Anglade et Jean-Yves Briend, texte disponibles sur les archives HAL et Arxiv, 2018.

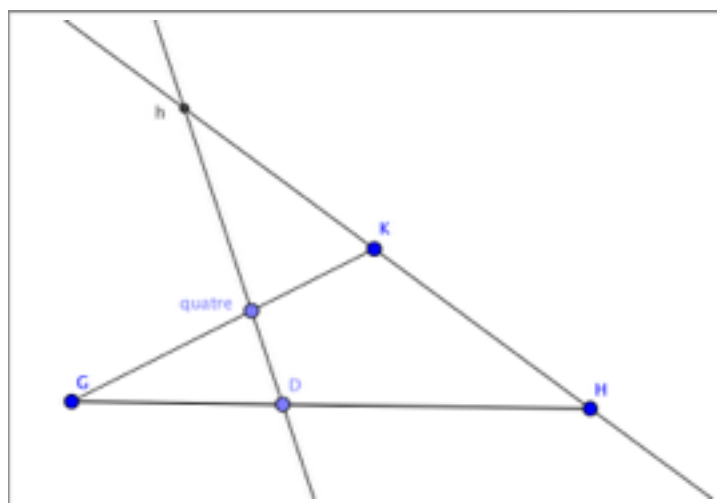


Figure 5 : la configuration du théorème de Ménélaüs

célèbre théorème sur les triangles en perspective. Nous entendons ici par l'adjectif d'*opérateur* le fait que ce tronc va lui servir à transférer des identités de rapports d'un rameau vers l'autre, et que la clarification apportée par la considération des troncs et des rameaux fait du théorème de Ménélaüs un outil extrêmement puissant et versatile, point sur lequel nous reviendrons plus loin.

Concluons cette section par une réflexion sur la perennité du glossaire arguésien. On lit souvent que du vocabulaire de Desargès n'a subsisté que le mot d'involution. Il n'en est rien et voici ce que l'on peut lire dans l'introduction du petit livre intitulé *Les lieux géométriques*, de Philippe de la Hire¹² :

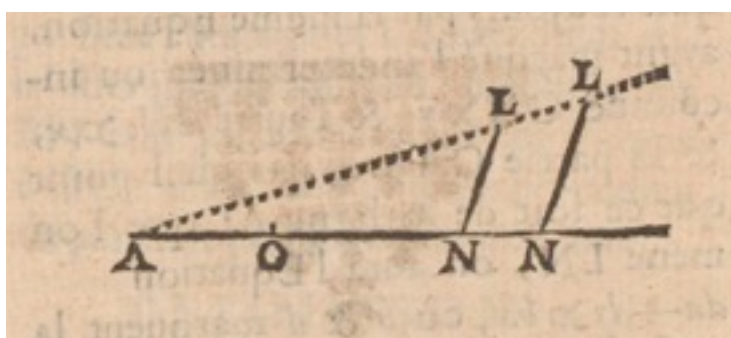


Figure 6 : la droite comme « lieu géométrique ».

« Dans le second chapitre après la définition générale des lieux, je traite de la nature & de la réduction des équations pour ceux qui sont aux lignes, car ce n'est que de ces sortes de lieux que je pretens parler dans cet ouvrage, & pour soulager l'imagination j'y donne des noms particuliers aux points & aux lignes qui y ont toujours un même usage. »

La première définition du deuxième chapitre commence donc par la définition d'un *lieu géométrique* : c'est « une ligne droite ou courbe, ou superficie &c. dont tous les points ont un même rapport aux points d'une même ligne droite, à l'égard de l'un de ses points. » L'exemple qu'il donne de la droite comme lieu géométrique permet de se faire une idée de ce qu'il entend par là : la ligne droite (AL) (en pointillés sur la figure) est un lieu géométrique en ce sens que par ses points L on peut faire passer des droites (NL), toutes parallèles entre elles, avec N sur une droite (OA) donnée (en plein sur la figure), de sorte que le rapport entre LN et ON+OA soit constant. La deuxième définition du chapitre est alors ainsi tournée :

¹² *Les lieux géométriques*, par Monsieur de la Hire, de l'Académie Royale des Sciences, chez André Pralard, Paris, 1679. Le texte qui nous intéresse commence p. 177 du recueil plus large qui les contient.

« Dans la première Figure de la Définition précédente, le point O qui est l'extrémité commune de toutes les parties ON, est appelé l'ORIGINE du lieu. La ligne ONN, la TIGE. Les points N, les NEUDS. Les lignes LN parallèles entr'elles, & menées du Lieu à la Tige, les RAMEAUX. »

En d'autres termes, la Hire est en train de définir les lieux géométriques comme des courbes dont les coordonnées des points, dans un système de coordonnées quelconque, satisfont à quelque équation algébrique. Certains points ayant un *usage* particulier, il leur donne, comme Desargues, des noms particuliers. Et comme chez Desargues, cette manière de faire a des conséquences extrêmement intéressantes d'un point de vue mathématique : le choix d'une tige, d'une origine sur la tige et d'une direction pour les rameaux offre une totale souplesse dans le choix du système de coordonnées dans lequel l'équation de la courbe est écrite. Cela permet à la Hire de mener à bien de manière très originale l'étude de certains lieux géométriques classiques.

Les définitions unificatrices

La première définition du *Brouillon Project* est celle d'ordonnance de droites, et elle est l'exemple le plus fascinant de la seconde manière de définir propre à Desargues : celle ayant un but d'unification. Il s'écarte ici de « choses qu'on a clairement désignées en termes parfaitement connus » mentionnées par Pascal en introduisant la notion de but à *distance infinie* d'une ordonnance de droites parallèles. Inspiré par la pratique de la perspective, Desargues perçoit l'analogie entre parallélisme et concourance et il décide d'en faire deux *espèces* d'un même *genre*. C'est par le recours aux arts pratiques qu'il fonde en quelque sorte la validité de sa définition. S'il est difficile au vu des sources de savoir quand Desargues en est venu à ces considérations, on peut penser que c'est dans la foulée de la parution de son premier opuscule de 1636 sur la perspective¹³ qu'il met au point sa vision projective de la géométrie. Immédiatement après la reproduction de cet opuscule dans le livre de Bosse suscité, on trouve plusieurs pages, écrites selon toute vraisemblance par Desargues soi même, contenant entre autres choses ce commentaire sur ledit opuscule :

« Encore que la description de la manière de construire & employer la figure de l'exemple original qui vient de précéder, avec les propositions qui la suivent en simple discours, soient plus qu'il ne faut avec personnes d'humeur et de capacité convenables pour leur en faire connoître le fondement assuré ; néanmoins afin de satisfaire au désir particulier de quelques uns, j'ay mis encore icy les propositions & demonstrations que vous allez y voir : où par ce que je ne cite point les éléments d'Euclide, vous pouvez juger que je parle à qui les possède, en tranchant un peu court & m'astreignant à la petitesse des pages. Et pour la difficulté de recevoir la manière dont j'y démontre, pour *universelles aux deux cas ensemble de droites à but de distance terminée & interminée*, je diray seulement en passant, qu'entre d'autres considérations une grandeur interminée d'une part, venant à servir de terme à des raisons, dans un agrégé de plusieurs; & s'y trouvant autant de fois antécédante que conséquente, en quelque ordre ou endroit que ce puisse estre ; vient à s'y trouver comparée à elle mesme; & comme cela s'esvanoüit, sans en altérer en rien qui soit le raisonnement. »

Ces mêmes termes de deux droites « tendantes ensemble à un but à distance interminée, autrement parallèles entre'elles » se retrouvent un peu plus loin dans la démonstration du fameux théorème sur les triangles en perspectives dans un de ses cas particuliers, qui se trouve ainsi décrit en des termes analogues à celui du cas général. Cette manière d'unifier le traitement de cas qui peuvent apparaître disparates grâce à une définition adaptée est une de marques saillantes du *Brouillon Project* sur les coniques.

C'est ce même procédé d'unification qui va permettre à Desargues de généraliser et de clarifier la notion de diamètre d'une conique que l'on trouve chez Apollonius¹⁴. Si l'on se donne une conique, une droite

¹³ *Exemple de l'une des manières universelles du S.G.D.L. touchant la pratique de la perspective etc.*, chez Monsieur Bidault H. du Roy, Paris, mai 1636.

¹⁴ Voir l'article *Le Diamètre et la Traversale : dans l'atelier de Girard Desargues*, par Marie Anglade et Jean-Yves Briand, *Archive for History of Exact Sciences*, 2019.

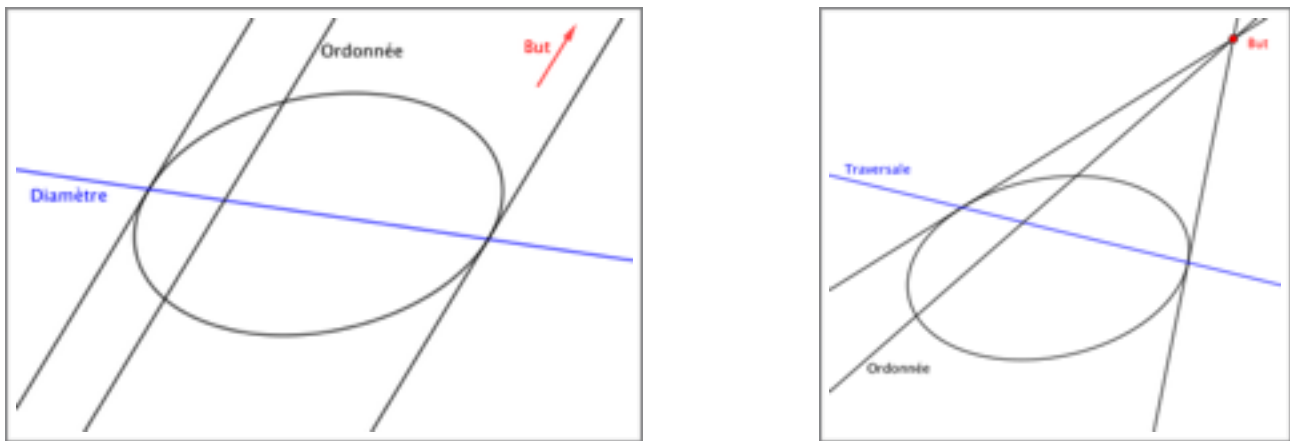


Figure 7 : le diamètre d'Apollonius et la traversale de Desargues.

en est un diamètre si les droites parallèles à une certaine direction, les *ordonnées* du diamètre, coupent la conique en deux points et ce diamètre en le milieu de ces deux points. Ces droites parallèles forment une ordonnance dont le but est à distance infinie et Desargues, avec sa notion de *traversale*, généralise la notion de diamètre au cas où ces ordonnées sont concourantes en un point à distance finie. L'unification, par la notion d'ordonnance, permet une première généralisation de la notion de diamètre d'une conique donnée. Cela permet par exemple à Desargues de donner une description très élégante des asymptotes à une hyperbole, vues comme diamètres conjugués et tangentes à la courbe en ses points à l'infini. Mais cela lui donne également un moyen d'unifier le traitement des coniques elles mêmes, sans recourir à ce qui est la tradition depuis l'antiquité et le restera longtemps après Desargues, à savoir une tripartition en ellipses, hyperboles et paraboles, donnant naissance à la rédaction de chapitres séparés pour chacun de ces trois types. Ce faisant, il clarifie les concepts relatifs au sujet considéré, ici les coniques. Ainsi peut-on lire dans les *Advertissements* du *Brouillon Project* la note suivante :

« Les plus remarquables propriétés des coupes de rouleau, sont communes à toutes les espèces & les noms d'*Ellipse*, *Parabole*, & *Hyperbole*, ne leur ont été donnez qu'à raison d'évenemens qui sont hors d'elles & de leur nature. »

Desargues défend ici une position très novatrice qui consiste à déplacer l'attention que l'on porte aux coniques vers des propriétés qui leur sont communes, et portent aujourd'hui le nom de *projectives*. On retrouve ici la confiance qu'il porte aux raisonnements, confiance qui mène Desargues un peu plus loin encore : l'emploi de ce vocabulaire unificateur lui permet de créer et de décrire de nouveaux concepts. En voici un exemple, celui de la *droite à l'infini* du plan. Desargues démontre les propriétés d'incidence de base des traversales : si des droites sont concourantes, alors elles sont les traversales de points alignés. Ainsi, les diamètres étant les traversales de points situés à l'infini et étant en outre toutes concourantes au centre de la conique, il peut en déduire que ces points à l'infini doivent décrire, lorsque les diamètres varient, un objet qui a tous les attributs d'une droite, puisqu'elle doit être la traversale du centre :

« Par forme d'éclaircissement. Quand en un plan, aucun des poinct d'une droicte n'y est à distance finie, cette droicte y est à distance infinie. D'autant qu'en un plan le poinct nommé centre d'une coupe de rouleau n'est qu'un cas d'entre les innombrables buts d'ordonnances de droictes, il ne doit estre jamais icy parlé de centre de coupe de rouleau. »

Notons dans cette phrase l'usage du mot *cas*, qui est très courant dans le *Brouillon* et lié parfois à celui d'espèce, comme dans cette phrase typique :

« Il y a nombre d'autres propriétés particulieres à ce cas de cette espèce de conformation d'arbre, où chacun peut s'égarer à sa fantaisie, mais il n'est pas encore icy du nombre de ceux qui constituent une involution. »

Mais on y trouve également des "sous-cas", comme dans le cas d'une tangente à une conique, qui se trouve être une transversale qui est du corps même de ses ordonnées et les tangentes ne sont donc « chacune qu'un cas d'un cas. » Mais il y a mieux et plus loin, lorsque Desargues donne sa version du paramètre d'une conique, il écrit :

« Le brin comme MT, est évidemment cette ligne qu'on nomme Costé droict, parametre, ou coadiuteur, & qui n'est qu'un cas d'un cas d'un cas. »

La conception unificatrice portée par les ordonnances et leurs buts se retrouve dans tous les travaux de Desargues. En voici un exemple pris dans le traité de Bosse sur les cadrans solaires. À la fin d'une très longue introduction de Bosse est inséré un texte de Desargues dans lequel il reconnaît à Bosse le droit de présenter ses travaux. Desargues s'y défend contre l'auteur anonyme des *Advis Charitables* qui attaque de manière furieuse ses conceptions en la matière, mettant en doute en particulier le caractère universel de sa méthode, qui ne comprendrait pas le cas des plans parallèles au méridien :

« Puis qu'il voyoit que je ne parlois pas à la manière ordinaire, il devoit aussi penser, & s'il eut été sçavant, il auroit veu, que je ne conçois pas toujourns ces matières comme luy à la manière ordinaire qui lui peut avoir esté enseignée; car les sçavants l'ont veu par le seul mot de *but*, lequel j'ay suffisamment expliqué dans mon project des Coniques, duquel il a eu sans doute un exemplaire. (...) Je ne veux pas dire, qu'après que par le mot de *but* il aura cogneu la sorte de pensée que j'entends exprimer, et il ne puisse peut-estre apercevoir comment c'est que les plans parallèles au Meridien y sont compris. »

On peut considérer qu'au delà d'une inspiration purement perspectiviste, Desargues perçoit quelque chose de la *continuité* des concepts et des raisonnements géométriques, ce qu'illustre la citation ci-dessus mais aussi la fin de celle citée plus haut : « (...) sans en altérer en rien qui soit le raisonnement ». Le cas de droites concourantes devenant parallèles à mesure que le point de concours s'éloigne, laissant valables les conclusions d'un énoncé qui s'exprime en termes d'incidence ou d'identité de rapports est clairement exposé dans les passages sus-cités. Cette confiance dans le raisonnement se retrouve dans bien d'autres passages du *Brouillon Project*, et l'un des exemples les plus frappant se trouve p. 17, à la fin de la démonstration du théorème d'involution. Ce dernier énonce entr'autres que les trois paires de diagonales d'un quadrangle B, C, D, E, coupent n'importe quelle droite du plan selon trois couples de points en involution. Si les quatre points B, C, D, E en viennent à se confondre, la situation d'involution persiste, de sorte que le faisceau des six droites concourantes obtenues des diagonales possède une propriété bien particulière :

« Où l'on void que c'est une mesme propriété des trois couples de rameaux déployez au tronc d'un arbre quand ils sont tous d'une mesme ordonnance entre eux, & quand ils sont idsposez comme icy aux quatre poinct B, C, D, E, de façon que le but de l'ordonnance de trois couples de rameaux est si ces quatre poinct B, C, D, E, s'unissoient à un seul poinct. »

Ce *principe de continuité*, s'il n'est pas énoncé explicitement chez Desargues, sera au cœur du développement de la géométrie projective par Poncelet au début du XIXe siècle¹⁵.

Nous allons essayer maintenant d'éclairer comment, par un emploi bien particulier de la langue, notamment par ses répétitions de formes de phrases, Desargues va faire passer et ce principe de continuité et, au delà, l'idée d'une géométrie des relations plutôt que des figures.

¹⁵ Nous nous contenterons de citer à ce propos le grand ouvrage de Jean-Victor Poncelet, le *Traité des propriétés projectives des figures, ouvrage utile à ceux qui s'occupent des applications de la géométrie descriptive et d'opérations géométriques sur le terrain*, Bachelier, Paris, 1822.

Les procédés rédactionnels : le rôle de la phrase dans la définition et la preuve, ou le style arguésien

Si le vocabulaire de Desargues a attiré l'attention, sa manière d'écrire est restée un peu dans l'ombre, sauf pour la qualifier de difficile à lire ou d'obscur. Ainsi Didier Nordon écrit-il¹⁶ : « Somme toute, le titre m'a entraîné sur une fausse piste. Je m'attendais à une langue plaisante parce que fleurie, je tombe sur des coups de trique ! ». Venant d'un mathématicien, la remarque a de quoi surprendre. La manière d'écrire de Desargues est certes sèche et très économe et ce trait de caractère a été noté par ses contemporains, en particulier Bosse qui s'est fait son porte plume¹⁷ : « (...) partageant cet ouvrage avec Mr Desargues, l'invention en estant à luy toute entière, & à moy seulement la déduction de sa doctrine, plus au long qu'il ne l'auroyt proposée, ny ne faisoit estat de la donner (...) ». Cependant la lecture attentive du *Brouillon Project* montre le soin maniaque apporté par Desargues à la rédaction des définitions unificatrices et des démonstrations des propositions clés de son ouvrage.

Avant de nous plonger plus avant dans le texte du *Brouillon*, revenons brièvement sur la notion d'ordonnance. Voici comment elle est définie au tout début du *Brouillon Project* :

« Pour donner à entendre l'espece de position d'entre plusieurs droictes en laquelle elles sont toutes paralleles entre elles, il est icy dict, que toutes ces droictes sont entre elles d'une mesme ordonnance, dont le but est à distance infinie en chacune d'elles d'une part & d'autre.

Pour donner à entendre l'espece de position d'entre plusieurs droictes, en laquelle elles sont toutes inclinées à un mesme point, il est icy dict, que toutes ces droictes sont entre elles d'une mesme ordonnance, dont le but est à distance finie en chacune d'elles. »

Il saute aux yeux du lecteur que ces deux phrases sont constituées très exactement de la même manière, laissant sous-entendre que c'est bien la description qu'on en fait qui unifie les deux concepts. Or qui dit constructions similaires, dit *formes* similaires, et la similitude de ces formes s'*exprime* dans la similitude de forme des phrases employées. On est en droit de percevoir ici une sorte de proto-formalisme associé non, comme c'est le cas aujourd'hui, à l'usage de caractères symboliques, mais à une *forme textuelle*. Ce qui est intéressant chez Desargues, c'est qu'en outre ce formalisme s'accompagne systématiquement d'un recours au registre du *sensible*.

Les procédés rédactionnels : l'exemple du rapport entre la droite et le cercle

Commençons par un exemple où cette attention portée à la similitude des descriptions de deux objets apparemment disparates montre pour Desargues qu'ils partagent un certain contenu conceptuel, sur lequel nous allons essayer de lever le voile. Imaginons une droite parcourant toutes les droites d'une même ordonnance en un point à distance finie, c'est-à-dire finalement une droite qui se *meut* en gardant un de ses points, le point de concours ou but, fixe. Prenons sur cette droite un point qui restera à distance fixe du but. Lors du *mouvement* de la droite, ce point va décrire un cercle centré en le but. Imaginons la même construction avec cette fois-ci une droite parcourant toutes les droites d'une ordonnance de droites parallèles. Le point tracera alors une droite. Voici comment cela est dit dans le *Brouillon Project* :

« En concevant qu'une droicte infinie ayant un point immobile se meut en toute la longueur, on void qu'aux diverses places qu'elle prend en ce mouvement, elle donne ou represente comme diverses droictes d'une mesme ordonnance entre elles, dont le but est son point immobile.

Quand le point immobile de cette droicte y est à distance finie, & qu'elle se meut en un Plan, on void qu'aux diverses places qu'elle prend en ce mouvement elle donne ou représente comme diverses droictes d'une mesme ordonnance entre elles, dont le but (son point immobile) est en chacune d'elles à distance finie, & que tout autre point que l'immobile de cette droicte va traceant une ligne simple uniforme, & dont les deux quelconques parties sont d'une mesme conformation, & conviennent entre

¹⁶ *Promesses d'un titre*, par Didier Nordon, Bibnum 630 (online), 2011.

¹⁷ Epistre de la *Manière universelle* sur la perspective.

elles¹⁸, c'est à dire, courbée en pleine rondeur autrement la circulaire toujours également éloignée du point immobile.

Quand le point immobile de cette droite y est à distance infinie, & qu'elle se meut en un Plan, on voit qu'aux diverses places qu'elle prend en son mouvement, elle donne ou représente comme diverses droites d'une mesme ordonnance entre elles, dont le but (son point immobile) est en chacune d'elles à distance infinie d'une & d'autre part, & que tout autre point que l'immobile de cette droite va traçant une ligne simple uniforme, & dont les deux quelconques parties sont d'une mesme conformation, toujours également éloignée du point immobile, & conviennent entre elles, assavoir une ligne droite & perpendiculaire à celle qui se meut. »

La conclusion tirée de ces lignes par Desargues est extrêmement intéressante :

« Et suivant la pointe de cette conception, finalement on y voit comme une espèce de rapport entre la ligne droite infinie, qui est perpendiculaire à plusieurs autres diverses droites, & la ligne courbée d'une courbure uniforme & qui est toujours également éloignée du but de plusieurs droites d'une mesme ordonnance à distance finie, c'est à dire, le rapport de la ligne droite infinie avec la circulaire en sa pleine rondeur, en façon qu'elles paroissent estre deux espèces d'un mesme genre, dont on peut énoncer le tracement en mesme paroles. »

Deux objets que l'on peut décrire par des phrases quasiment identiques sont donc deux espèces d'un même genre. On peut évidemment voir dans ces termes un renvoi à la vieille tradition aristotélicienne, mais dans le cas de Desargues, qui selon toute vraisemblance n'a pas reçu de formation classique¹⁹, il est fort probable qu'ils fassent référence à quelque lecture ayant trait aux sciences appliquées. Au regard du vocabulaire arboricole très présent dans *Brouillon Project*, on peut penser qu'ils renvoient à la classification antique des plantes et des animaux chez Aristote et Théophraste, sujet qui depuis la fin du moyen âge a suscité un fort intérêt et a connu de grands progrès. Voici ce qu'on en lit chez un auteur important de la fin du XVI^e siècle, Andrea Cesalpino, dans son *De Plantis Libri XVI* de 1583 :

« Cum igitur scientia omnis in similibus collectione & dissimilibus distinctione consistat, haec autem distributio est in genera & species veluti classes secundum differentias rei naturam indicantes, conatus sum id praestare in universa plantarum historia : ut si quid, pro ingenii mei tenuitate in huiusmodi studio profecerim, ad communem utilitatem proferam. Hanc verò tractandi rationem Theophrastus inter antiquos indicavit, sed in paucis est perfectus (...) »

Il est à noter que dans ce même texte apparaissent, comme dans le traité de Théophraste, les termes de tronc, nœud, tige et rameau etc. et que Cesalpino y développe une idée précise de la classification par les caractères propres à chaque plante et non par ce qui serait « hors d'elle²⁰ », comme l'usage ou l'odeur. Cela est en accord avec l'état d'esprit général de Desargues et l'on peut imaginer qu'il ait eu connaissance ou fait lecture de quelque traité de botanique.

On peut donc voir dans le *Brouillon Project* les prémisses d'une classification des figures par la manière de les décrire ou de les tracer. Si l'on voit bien dans le cas mentionné ci-dessus que droite et cercle sont deux espèces, on peut se poser la question de savoir ce que leur genre au sens de Desargues serait et surtout comment il pourrait se comparer à la notion de genre introduite par Descartes dans le livre second de sa *Géométrie*. Elles ont clairement en commun l'idée que l'on peut distinguer les courbes par les moyens de les tracer (voir le système de règles coulissantes chez Descartes) mais il y a chez Desargues quelque chose d'un peu différent puisqu'il lui semble qu'une droite (projective) et un cercle seraient de même genre parce que pouvant se décrire de la même façon. On retrouve une idée analogue dans le cas des coniques, celles-ci se retrouvant unifiées par leurs plus remarquables propriétés, qui doivent leur être propres.

¹⁸ Noter ici l'emploi d'une tournure que l'on trouve dans les notions communes d'Euclide, cf. par exemple l'édition d'Henrion des *Éléments* en 1621, en particulier la huitième des *Communes Sentences*.

¹⁹ Voir l'ouvrage Girard Desargues, *Bourgeois de Lyon, mathématicien, architecte* de Marcel Chaboud, éditions Aléas, IREM de Lyon, 1996.

²⁰ Se rappeler la phrase sur les propriétés des coniques qui seraient, la plupart du temps, « hors d'elles et de leur nature ».

Nous pouvons conclure de ce qui précède qu'apparaît chez Desargues une manière nouvelle de décrire et construire les figures, sans que celle-ci ne puisse s'expliquer complètement faute de disposer de l'appareillage technico-conceptuel adéquat. Ses traits la distinguent de la manière cartésienne, basée sur une réduction au calcul²¹, en ce qu'elle fait intervenir la notion de *mouvement*, mais aussi, implicitement, celle de *relation* entre les différents points de la figure ou, dans le cas des coniques et de leurs traversales, celle d'une *correspondance* entre points et droites. On peut à ce titre considérer certains textes de Philippe de la Hire, comme celui cité plus haut ou son petit opuscule *Les planiconiques*²², comme des tentatives de synthèse des vues arguésiennes et cartésiennes, tentatives qui resteront avortées du fait de la pusillanimité ou du conservatisme de leur auteur.

Ainsi, même s'il n'y a pas encore d'espace en tant que tel chez Desargues, il y a mouvement, et c'est le mouvement qui permet, en quelque sorte, la mise en relation.

Les procédés rédactionnels : l'exemple de l'unification des coniques

Desargues définit de manière générale une section conique comme l'intersection d'un plan et d'un cône, cône qui est défini, dans la continuité de ce qui précède, par le *mouvement* d'une droite autour d'un cercle et d'un point fixe, le sommet du cône. Voici comment sont tournées les définitions des différents types de coniques :

« Quand le bord d'une coupe de rouleau se trouve estre deux droictes, le but de leur ordonnance est à distance ou finie, ou infinie.

Quand le bord d'une coupe de rouleau se trouve estre une ligne courbe, laquelle à distance finie rentre & repasse en soy mesme, la figure en est nommée Cercle, ou Ovale, autrement Elipse, en francez, deffaillement.

Quand le bord d'une coupe de rouleau se trouve estre une ligne courbe, laquelle à distance infinie rentre & repasse en soy mesme, la figure en est nommée Parabole, en francez, égalation.

Quand le bord d'une coupe de rouleau se trouve estre une ligne courbe, laquelle à distance infinie se mypartit en deux moitez opposez dos à dos, la figure en est nommée Hyperbole, en francez, outrepassement ou excedement. »

Ici aussi la similitude de forme entre les phrases est l'élément saillant de la rédaction arguésienne, sous-entendant que les différentes espèces de coniques ne sont en fait qu'espèces d'un même genre. Rappelons d'ailleurs le commentaire rajouté *a posteriori* par Desargues à ce passage et déjà cité plus haut :

« Les plus remarquables proprietez des coupes de rouleau, sont communes à toutes les especes & les noms d'Ellipse, Parabole, & Hyperbole, ne leur ont esté donnez qu'à raison d'evenemens qui sont hors d'elles & de leur nature. »

Bien évidemment, la forme de la description des objets est insuffisante à justifier l'unification des trois cas de coniques, et Desargues développe pour cela la théorie des *traversales*. Au cours de ce développement même, il reprend ce procédé de répétition de phrases formellement très proches, comme ici :

« Au plan d'une coupe de rouleau quelconque le but d'une ordonnance de droictes, autrement d'un corps d'ordonnées, est ou bien au bord, ou bien hors du bord de la figure, & en chacune de ces deux positions il est ou bien à distance finie, ou bien à distance infinie.

Au plan d'une coupe de rouleau quelconque la traversale d'une ordonnance de droictes, autrement d'un corps d'ordonnées, ou bien rencontre, ou bien ne rencontre pas le bord de la figure & en chacune de ces positions, elle est ou bien à distance finie, ou bien à distance infinie.

²¹ On ne peut pas dire que les divers dispositifs mécaniques de tracement de courbes décrits par Descartes soient vus pas lui comme des sources possibles de définition.

²² Texte ajouté à la fin de : Philippe de la Hire, *Nouvelle méthode en géométrie pour les sections coniques et cylindriques*, chez Thomas Moette, Paris, 1673.

Quand le but d'un corps d'ordonnées est au bord de la figure à distance finie ou infinie, la transversale de l'ordonnance est du corps mesme des ordonnées, & passe au but de l'ordonnance auquel elle touche la figure.

Quand le but des ordonnées est hors du bord de la figure, à distance finie, ou infinie, & que toutes les ordonnées rencontrent le bord de la figure, la transversale ne le rencontre pas, & si toutes les ordonnées ne rencontrent pas le bord de la figure, la transversale le rencontre. »

On notera dans ce passage la symétrie de traitement entre les points (buts) et les droites (transversales), ce qui permet de lire une dualité point/droite renforçant clairement l'aspect *relationnel* de la conception de la géométrie par Desargues.

Le trait saillant du style arguésien au sens de Granger peut ici se résumer ainsi : il exprime, par la similitude de *phrases* utilisant sous une forme ou sous une autre un principe de continuité lié à la possibilité du *mouvement*, la similitude des *relations* entre les éléments constitutifs d'un objet ou d'une notion. La définition y atteint alors quasiment le statut d'axiome, et les passages ci-dessus, dans leur volonté d'une exploration exhaustive des possibilités, ressemblent à l'exploration systématique des conséquences d'une axiomatique.

Les procédés rédactionnels : une méthode pour la preuve

Ce systématisme rédactionnel se retrouve dans la méthode de preuve favorite de Desargues, faisant appel au théorème de Ménélaüs dont nous avons rappelé plus haut l'énoncé, faisant usage des termes de nœuds, de troncs et de rameaux. Elle permet une grande économie dans la rédaction en mettant en valeur ce que l'on peut appeler une *combinatoire* ménélienne, dont un exemple magistral est donné dans la démonstration du théorème dit de la *ramée*. Nous ne donnerons pas de détails ou de citations précises sur ces procédés, car cela prendrait une place trop importante et nous nous contenterons de renvoyer à un article de Marie Anglade et de l'auteur²³ et, plus utilement, de renvoyer à l'illustration graphique qu'en a donné Philippe de la Hire dans sa copie manuscrite²⁴ du *Brouillon Project* conservée à l'Institut de France (voir la figure 8). On y reconnaît, sous forme à peine moins compacte, les suites d'analogies utilisées par Desargues dans la preuve du théorème dit de la *ramée*, qui énonce que la configuration d'involution est invariante par perspective.

Comme pourrait l'écrire Desargues, c'est pour ce texte assez remarquer des propriétés singulières de sa rédaction, et qui voudra poursuivre plus avant cette discussion, y trouvera bien encore du divertissement.

Conclusion en forme de poire

Nous avons je crois amplement démontré dans le présent texte que la réputation de mauvais rédacteur qui colle à la peau de Desargues est tout à fait imméritée. L'emploi d'un vocabulaire particulier pour désigner ce que tout autre avant lui (voire bien après lui) aurait appelé droite ou point plutôt que tronc ou nœud lui permet, en mettant en valeur certains éléments d'un énoncé, d'en faciliter l'application efficace et, au delà, de mettre au jour la structure même d'une démonstration, ce qui est patent dans l'usage qu'il fait du théorème de Ménélaüs. Au delà du vocabulaire, c'est la forme même du discours qui est utilisée par Desargues pour montrer l'opération d'unification conceptuelle à laquelle il est en train de procéder.

Citons la jolie rencension de l'ouvrage de Granger sus-cité, donnée par Marie-Noëlle Gary-Prieur dans la revue *Langue Française* en 1970 :

« On pourrait, par exemple, caractériser le style de Descartes par une volonté de réduire la multiplicité (d'ordre imaginaire) des figures géométriques à des combinaisons purement arithmétiques de mesures

²³ Voir *L'usage de la combinatoire chez Girard Desargues : le cas du théorème de Ménélaüs*, M. Anglade et J-Y. Briend, 2018. Disponible en ligne sur HAL et Arxiv.

²⁴ Manuscrit conservé à la bibliothèque de l'Institut de France sous la côte Ms 1595.



Figure 8 : page de la copie manuscrite du *Brouillon Project* par Philippe de la Hire illustrant la rédaction combinatoire mise en place par Desargues.

(cf. coordonnées cartésiennes). Desargues, au contraire, opère la même réduction de toute autre manière : il suppose une continuité entre les figures géométriques et étend certaines propriétés démontrées sur quelques figures, démarche qui déplace les bornes de la pensée rationnelle (cf. point à l'infini). »

Elle ajoute juste après une remarque qui est pour notre propos très pertinente :

« Il faut souligner la différence entre le fait de style, qui est « structuration latente », et la structure nettement formalisée - le fait de style pouvant devenir structure : c'est ainsi que l'intuition des transformations des figures, qui était chez Desargues style, imagination, fait l'objet d'une formalisation dans le développement ultérieur des mathématiques (Klein). »

Nous ne nous attarderons pas sur la thèse, discutable en soi, de la présence latente de la notion de transformation dans le *Brouillon Project*. Il apparaît cependant dans le texte du Lyonnais une *géométrie des relations*, par exemple au travers de la notion d'involution. L'appareillage conceptuel manquant à Desargues pour rendre entièrement clair son propos, c'est par son style qu'il faut en déduire le contenu : il y a géométrie des relations sans explicitation de la notion de relation en tant que telle. Sa présence « latente » transpire au travers de ce que Granger appelle le style.

Nous avons également noté que les conceptions de Desargues font appel de manière cruciale à une notion qui fait débat depuis longtemps chez les géomètres²⁵ : le *mouvement*, utilisé pour sa force descriptive²⁶, en ce qu'il permet la mise en relation des figures ou des notions, mais aussi en ce qu'il permet de justifier la permanence des énoncés par continuité. Cela se fait en l'absence d'espace, dont Pascal sera le premier à faire l'objet de la géométrie. Ce n'est qu'au début du XIXe siècle, quand on reviendra à la géométrie synthétique en fondant la légitimité sur la géométrie analytique que Poncelet et d'autres opéreront la synthèse entre les conceptions de Descartes, de Desargues et de Pascal, sous la forme d'une nouvelle branche qui prendra le nom de *géométrie projective*. La profondeur et la nouveauté des vues de Desargues est patente à la lecture d'un traité aussi tardif que celui de Michel Chasles sur les coniques²⁷ dont la plupart des méthodes, résultats et conceptions se trouvent en germe, voire complètement, dans le *Brouillon Project*.

Au delà d'une simple réhabilitation du style de Desargues, il me semble que la lecture du *Brouillon Project* et des autres œuvres du lyonnais qui ont trait à la géométrie peuvent nous amener à une réflexion sur les liens entre pratique des mathématiques et sensibilité.

Les mathématiques de Desargues, en particulier ses conceptions nouvelles, de nature projective, lui sont inspirées par le monde sensible, celui de la perception visuelle et de la représentation en perspective. Au delà d'une inspiration, on peut dire que l'usage qu'il fait du vocabulaire, en particulier arboricole, lui permet d'inscrire sa pratique même *dans* le sensible. Dans le soin qu'il apporte à la répétition formelle de phrases entières, il ramène au sensible ses conceptions en leur procurant une sorte de formalisation par la phrase, formalisation imprimée dans la langue courante même, lui permettant en outre de mettre au jour ce que plus tard nous appellerons des propriétés structurelles des objets considérés, propriétés qui, par définition même, excluent celles qui sont « hors d'eux & de leur nature ».

Henri Poincaré, dans le chapitre consacré aux définitions dans l'enseignement des mathématiques paru dans le recueil *Science et Méthode*²⁸, a soulevé la question de l'articulation entre la nécessaire inscription des mathématiques que l'on enseigne dans le sensible et leur non moins nécessaire formalisation abstraite afin d'en assurer la rigueur. L'un des nœuds du problème se situe dans la définition des objets mathématiques. Il y met en avant une espèce d'aller-retour partant du sensible pour progressivement s'en détacher et pour enfin y revenir lorsque, la légitimité des objets et raisonnements étant assurés, on peut à nouveau les investir d'une intuition. Il me semble que Desargues, peut-être mû par son souci de pédagogie à destination des artisans, a essayé d'éviter un tel aller-retour en restant au plus près de conceptions sensibles. Malgré cette absence remarquable de toute abstraction formalisante, contrastant avec l'emploi de l'algèbre chez Descartes, les développements de Desargues sont tout ce qu'il y a de rigoureux, même lorsqu'il s'aventure sur la *terra incognita* qu'est alors la géométrie projective, où l'intuition peut « se trouver court » et où les chausse-trapes sont nombreuses, comme celle par exemple qui pourrait pousser à assigner à un droite deux points à l'infini : il les évite avec *maestria*. Il se passe du recours à l'abstraction symbolique en élaborant soigneusement ses définitions et les noms qu'il leur impose et en soulignant la structuration des objets qui en découle en jouant sur la forme des phrases et leur répétition.

Desargues semble s'être intéressé à la géométrie à partir de problèmes pratiques de perspectives. Il serait tentant de réduire ses mathématiques à une *géométrie appliquée* à la *perspective*, mais il me semble que ce que les lignes qui précèdent indiquent, c'est plutôt un cheminement inverse de *perspective appliquée* à la *géométrie*. Dit autrement, on peut percevoir chez Desargues une manière de clarification des concepts et notions de la géométrie des coniques se basant sur ce que notre sens de la vision en dit. Il serait intéressant d'explorer si ces conceptions sont décelables chez d'autres auteurs de cette grande époque

²⁵ Voir l'article *Quelques remarques sur l'usage du mouvement en géométrie dans la tradition euclidienne : de Platon et Aristote à Omar Khayyám*, Bernard Vitrac, Fährang, 2005.

²⁶ Voir la définition de la sphère au livre XI des *Éléments* d'Euclide.

²⁷ Michel Chasles, *Traité des sections coniques, faisant suite au Traité de géométrie supérieure*, Gauthier-Villars, Paris, 1865.

²⁸ Henri Poincaré, *Science et Méthode*, Flammarion, Paris, 1808. Voir en particulier les pages 143 et suivantes.

de renaissance de la philosophie matérialiste qu'est le XVII^e siècle. Ces questions résonnent avec les problèmes soulevés par les évolutions récentes de l'enseignement des mathématiques, où celles-ci sont réduites à un *corpus formel* vide de sens près à l'emploi pour des *applications aveugles* à des problèmes prétendument concrets. La pratique arguésienne pourrait nous inciter à revoir de fond en comble ces conceptions où le sensible, placé au cœur de l'enseignement des mathématiques, deviendrait le tremplin sur lequel lancer les élèves dans le grand bain de la *pratique réelle* des mathématiques, c'est-à-dire de la preuve, mais aussi de la découverte et de la clarification des concepts.

Remerciements

Je tiens à remercier Marie Anglade pour m'avoir entraîné dans l'aventure passionnante d'une lecture détaillée du *Brouillon Project*, et Gabriella Crocco pour les très nombreuses discussions que nous avons pu avoir sur les mathématiques, la logique et la philosophie, et une relecture attentive de ce texte qui a permis de très nettement l'améliorer. Je tiens aussi à remercier les étudiants de la licence *sciences et humanités* de l'université d'Aix-Marseille qui, lors d'une séquence de travail sur les aspects littéraires de la rédaction mathématique, ont, par la pertinence et la fraîcheur de leur regard, renouvelé certains aspects de ma lecture du *Brouillon Project*.

Jean-Yves Briend
Université publique de France

Centre de Mathématiques et d'Informatique
39, rue Frédéric Joliot-Curie
13453 Marseille cedex 13
jean-yves.briend@univ-amu.fr