



**HAL**  
open science

## Une recherche visant un travail collaboratif et finalisée par une amélioration des apprentissages des élèves en situation de résolution de problèmes mathématiques

Karine Bernad, Cécile Redondo, Vincent Bonniol

### ► To cite this version:

Karine Bernad, Cécile Redondo, Vincent Bonniol. Une recherche visant un travail collaboratif et finalisée par une amélioration des apprentissages des élèves en situation de résolution de problèmes mathématiques. TACD 2021: IIe Congrès international de la théorie de l'action conjointe en didactique " Pour une reconstruction de la forme scolaire d'éducation ", Jun 2021, Nancy, France. hal-03275278

**HAL Id: hal-03275278**

**<https://hal-amu.archives-ouvertes.fr/hal-03275278>**

Submitted on 6 Oct 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Une recherche visant un travail collaboratif et finalisée par une amélioration des apprentissages en situation de résolution de problèmes mathématiques

*Karine BERNAD*  
*Cécile REDONDO*  
*Vincent BONNIOL*  
Laboratoire ADEF  
Aix-Marseille Université

### **Résumé :** (700 signes max)

Cette communication présentera une recherche en cours sur l'analyse de conditions favorisant une collaboration entre enseignants et chercheurs dans le cas de la mise en place d'un dispositif d'accompagnement d'un collectif de professeurs par des chercheurs pour répondre à une attente institutionnelle, l'amélioration des résultats des élèves en résolution de problèmes en mathématiques aux évaluations nationales à l'entrée de sixième. Cette étude vise la mise au jour de rapports personnels de professeurs à la résolution de problèmes et des conditions créées sur la construction du rapport personnel des élèves. Nous examinerons l'usage de ressources participant à la co-construction du milieu d'étude de la recherche collaborative dans la perspective de questionner l'émergence d'« objets bifaces ».

### **Abstract:** (700 characters max.)

This paper will present an ongoing research on the analysis of the conditions for collaboration between teachers and researchers in the case of the implementation of a device of accompaniment of a teachers collective by researchers to answer an institutional expectation, the improvement of the results of the pupils in problem solving in mathematics in the national evaluations at the beginning of 6<sup>th</sup> grade. This study aims at highlighting the personal relationships of teachers to problem solving and the conditions created on the construction of the students' personal relationship. We will examine the use of resources involving in the co-construction of the study milieu of collaborative research in the perspective of questioning the emergence of bifacial objects.

**Mots clés :** (6 max) Rapports personnels des élèves et des professeurs à la résolution de problèmes ; recherche collaborative ; objets bifaces

**Key-words :** (6 max) Pupils and teachers' personal relations to problem solving ; collaborative research; bifacial objects

### **Introduction**

La recherche en cours que nous présentons porte sur l'analyse d'un dispositif recherche-formation-terrain mis en place dans le cadre d'une collaboration entre la structure

fédérative de recherche SFERE-Provence (FED 4238) et le rectorat de l'académie d'Aix-Marseille, qui vise à répondre à des attentes institutionnelles issues d'établissements scolaires de l'éducation prioritaire. Une demande d'intervention d'une équipe de chercheurs a été formulée par le principal d'un collège et deux inspecteurs de l'éducation nationale, pour améliorer les apprentissages des élèves en situation de résolution de problèmes mathématiques (RPM), scolarisés dans cet établissement et deux écoles du même secteur. En effet, les résultats des élèves du collège aux évaluations nationales à l'entrée de sixième se sont avérés, deux années de suite, significativement inférieurs à la moyenne, tant nationale qu'académique, obtenus par les établissements des réseaux d'éducation prioritaire (REP). Ce projet implique 4 chercheurs et 14 professeurs, les enseignants du collège et les enseignants de CM1 et CM2 des deux écoles concernées. Cette recherche s'inscrit dans l'étude de la question de la construction d'inégalités scolaires en mathématiques, dans la perspective d'amélioration des performances des élèves dans leur apprentissage des savoirs fondamentaux grâce à l'évolution des pratiques des enseignants, par l'ancrage de leur formation à la recherche pluridisciplinaire et au terrain. Nous tentons d'analyser les étapes par lesquelles s'est mis en place un travail collectif dans la perspective d'interroger des conditions qui favoriseraient la collaboration entre chercheurs et enseignants et de mieux comprendre les processus de collaboration des acteurs de l'éducation et de la recherche.

## Éléments théoriques

Nous sollicitons pour notre travail quatre notions fondamentales issues du cadre de la théorie anthropologique du didactique (TAD) sur lesquelles repose une modélisation du cognitif : les notions d'institution, d'objet, de rapport et de personne. Chevallard (2003, p. 82) propose de définir une institution  $I$  comme « un dispositif social “total”, qui peut certes n'avoir qu'une extension très réduite dans l'espace social (il existe des “micro-institutions”), mais qui permet – et impose – à ses sujets, c'est-à-dire aux personnes  $x$  qui viennent  $y$  occuper les différentes positions  $p$  offertes dans  $I$ , la mise en jeu de manières de faire et de penser propres ». Comme cela est précisé dans une note de bas de page, le sens qu'il donne à cette notion est proche de celui que lui a attribué Douglas (2004). Dans son livre, *Comment pensent les institutions*, qui vise à « éclairer la mesure dans laquelle la pensée dépend des institutions », cette auteure (Ibid., p. 81) considère une institution comme « un groupement social légitimé ». Chevallard (Ibid., p. 81) définit ensuite un objet  $o$  comme « toute entité,

matérielle ou immatérielle, *qui existe pour au moins un individu*. Tout est donc objet, y compris les personnes ». Ainsi sont objets, par exemple, la relation de proportionnalité entre deux grandeurs, la notion de grandeur, « la résolution de problèmes mathématiques (RPM) ». Le *rapport personnel* d'un individu  $x$  à un objet  $o$  « désigne le système, noté  $R(x, o)$ , de toutes les interactions que  $x$  peut avoir avec l'objet  $o$  ». Les notions d'*institution* et de *rapports à un objet* participent à ce que les comportements des individus puissent se comprendre du fait de leurs assujettissements aux diverses institutions qu'ils ont traversées. Le rapport personnel à un objet d'un individu émerge de la pluralité des rapports institutionnels auxquels il a été assujetti. Ainsi le rapport qu'entretient un enseignant vis-à-vis de la RPM est nécessairement différent de celui d'un chercheur. Partant du questionnement initial posant comme enjeu l'amélioration des résultats des élèves, notre recherche menée au sein du collectif s'est orientée vers l'analyse des rapports personnels des élèves (Chevallard, 2003) à la RPM et l'étude de conditions favorisant une modification de ces rapports. Cela conduit à une étude conjointe des rapports personnels des enseignants (Chevallard, 2003) à la RPM et pose la question de leur évolution afin d'améliorer les apprentissages mathématiques des élèves. Il en découle les questions : quelles sont les difficultés en RPM des élèves de cycle 3 concernés ? Quels sont les rapports des professeurs concernés à la RPM ? Quelles conditions ou quelles contraintes ce rapport crée-t-il concernant la construction du rapport des élèves à la RPM ? Ainsi, il s'agit d'examiner comment la mise en place du dispositif *recherche-formation-terrain* permet de faire évoluer le rapport des enseignants de l'institution scolaire concernée (le collège et les deux écoles) à certains objets, pour créer des conditions favorables à l'amélioration des résultats des élèves de cette même institution en RPM. Ce dispositif vise à développer une recherche collaborative (Desgagné, 1997), articulant ainsi savoirs de la recherche et savoirs de l'expérience dans une collaboration nécessaire avec les acteurs pour comprendre leurs pratiques. Mais, avec quels objets s'enrichit le milieu d'étude de la recherche collaborative entre les différents acteurs ?

## Méthodologie

La méthodologie utilisée articule des prises d'information et de l'analyse des données recueillies par les chercheurs avec des séances de travail avec les enseignants visant à la fois la mise à l'épreuve des analyses produites et la construction collective de certains éléments pour modifier le rapport des professeurs à la RPM. En raison de contraintes institutionnelles,

la mise en œuvre du dispositif s'organise dans une temporalité réduite qui est celle du volume horaire des 18 heures annuelles dédiées à la formation continue des enseignants du premier degré. Le nombre limité de séances de travail collectif et le rôle que cette temporalité restreinte tient dans la collaboration entre chercheurs et enseignants, font partie des contraintes qui pèsent sur le dispositif.

Le dispositif institutionnel nous a permis de recueillir diverses données comme des productions écrites des élèves concernés, des réponses des enseignants impliqués à un questionnaire que nous avons élaboré, des documents de préparation qu'ils ont acceptés de rendre publics, des enregistrements des séances de travail collectif, ainsi que des transcriptions relatives à l'observation de séances en classe. En septembre 2019, les enseignants ont répondu en ligne à un questionnaire que nous avons conçu pour avoir des informations sur leurs préoccupations, leurs difficultés, et recueillir des discours sur leurs pratiques actuelles. Nous avons alors étudié leurs réponses à ce questionnaire et produit une analyse des résultats des élèves des établissements concernés aux évaluations nationales 2017 et 2018. Les problèmes proposés aux évaluations nationales relèvent de types de problèmes « classiques », dont les thèmes principalement abordés sont la relation de proportionnalité entre deux grandeurs, le traitement et la gestion de données, le calcul de durées et d'horaires. Cela nous a conduit à interroger les élèves de sixième, en septembre 2019, sur la difficulté qu'ils attribuent à des problèmes issus de l'évaluation nationale de rentrée que nous avons sélectionnés, portant sur les thèmes principaux cités. Jusqu'en mars 2020, ont été organisées deux séances de travail collectif visant à cibler des préoccupations communes, à questionner les pratiques en cours au regard des attentes institutionnelles, à formuler des besoins provenant de la position d'enseignant. Compte tenu du contexte sanitaire, le travail collectif s'est interrompu et a repris en septembre 2020, impliquant alors de nouveaux enseignants représentant un quart des professeurs de l'école élémentaire et un tiers de ceux du collège. En septembre 2020, les élèves des classes de CM2, sixième et cinquième des professeurs impliqués ont passé une évaluation comportant trois problèmes du type de ceux proposés dans le cadre des évaluations nationales de sixième. D'octobre à décembre 2020, les chercheurs sont allés observer des séances de classe et ont organisé des entretiens individuels auprès des enseignants. En décembre 2020, s'est déroulée une réunion pour rendre compte des éléments d'analyse des évaluations nationales passées en 2020 et des productions des élèves relatives aux trois problèmes posés en amont de ces évaluations. Le groupe s'est ensuite subdivisé en

deux sous-groupes, l'un avec les enseignants de l'école primaire et l'autre avec ceux du collège, et le travail des deux groupes s'est orienté vers la conception de situations de RPM sur le thème de la proportionnalité.

## **Premiers éléments d'analyse**

Notre analyse en cours vise l'étude des conditions sous lesquelles le travail collaboratif entre enseignants et chercheurs se développe. Nous examinerons dans quelle mesure les ressources mises à la disposition de l'ensemble des acteurs sont susceptibles d'être mobilisées et d'installer une dynamique d'évolution des rapports personnels des enseignants à la résolution de problèmes. À l'instar des travaux de Marlot, Toullec-Thery et Daguzon (2017, p. 25) dans le cadre de la TACD (Sensevy, 2011), nous cherchons à saisir « comment cette conversion d'un rapport personnel (à ces objets hétérogènes) à un rapport plus institutionnel (à ces mêmes objets) contribue ou pas à l'action des enseignants et permet ou pas la constitution de ressources mobilisables pour l'action future ». À ce stade de la recherche, le travail collectif s'est essentiellement organisé autour de quatre principaux temps de travail collectif, qui ont permis des avancées dans la construction du milieu d'étude de la recherche collaborative.

Le premier temps, reposant sur la passation d'un questionnaire destiné aux enseignants a permis d'enclencher l'étude collective du rapport des enseignants aux situations de RPM, les amenant à formuler leurs premières attentes vis-à-vis du dispositif. Les déclarations des enseignants soulèvent majoritairement une difficulté liée au temps d'enseignement qui est jugé insuffisant pour l'organisation d'activités centrées sur la RPM. Deux principales préoccupations sont exprimées chez les enseignants pour faciliter l'organisation de ce type d'activités. L'une renvoie à des questions relatives à l'organisation des phases de recherche, d'émergence de techniques : que faire si les élèves ne s'engagent pas ? Comment favoriser les échanges entre eux ? Comment « laisser vivre différentes démarches » ? Comment leur apprendre à « développer leurs propres stratégies » ? L'autre préoccupation, davantage centrée sur les conditions mathématiques à mettre en place, concerne la prise en compte des difficultés mathématiques des élèves et se pose avec d'autres questions : comment anticiper leurs difficultés ? Comment les comprendre ? Les enseignants semblent considérer la RPM comme un domaine « à part » des mathématiques, dont l'étude fait émerger ces questionnements sur leurs pratiques. De plus, les enseignants jugent les difficultés de leurs

élèves à s'exprimer oralement et à comprendre les consignes écrites comme principal frein à l'amélioration de leurs résultats et les associent principalement au contexte social dans lesquels les élèves évoluent. L'étude des réponses des élèves sur leur perception de la difficulté d'un problème fait apparaître qu'un problème est « facile » parce qu'il était d'un type qu'ils ont « déjà fait » ou « déjà travaillé ». Ainsi, ce temps de travail collectif a été alimenté par le partage des témoignages des enseignants et des premiers éléments d'interprétation de leurs discours écrits réalisée par les chercheurs.

Le second temps a consisté à étudier collectivement des documents de préparation pour l'organisation de situations de RPM que les enseignants proposent. Pour ce faire, les chercheurs leur ont demandé : en proposant aux élèves ce problème ou cette série de problèmes, que voulez-vous leur faire étudier ? Pourquoi avez-vous proposé ce problème ou cette série de problèmes ? La discussion s'est ainsi orientée vers la prise en compte et l'identification des savoirs en jeu. Le collectif de travail a ainsi, par exemple, pu mettre en évidence que les pratiques des enseignants étaient initialement peu organisées autour d'explicitation de techniques de modélisation d'une situation ou de la construction d'une catégorisation de problèmes. Ensuite, les chercheurs ont apporté des outils théoriques dans le but d'éclairer, de problématiser la question de la rencontre des élèves avec un savoir mathématique, à partir de résultats issus de la recherche en didactique des mathématiques. Les chercheurs ont introduit la notion d'organisation mathématique (Chevallard, 1999) pour l'étude des conditions mathématiques à mettre en place pour enseigner tel objet de savoir et les processus de dévolution et d'institutionnalisation des savoirs (Brousseau, 1998) pour l'étude des conditions didactiques à mettre en œuvre. Un espace collaboratif dédié à certains travaux de recherche sollicités a été mis à disposition du collectif.

Le troisième temps s'est centré sur l'analyse des difficultés des élèves. L'objectif était de concevoir un sujet comportant trois problèmes dans les domaines « Nombres et calculs » et « Grandeurs et mesures », destinés à être résolus, en septembre 2020, par les élèves de CM2, de sixième et de cinquième en amont de la passation de l'évaluation nationale de sixième. Les chercheurs ont proposé trois séries de problèmes issus des évaluations nationales, pour lesquels les élèves ont majoritairement été évalués en maîtrise satisfaisante, c'est-à-dire qui répondent à plus de huit questions. Chaque sujet comprend un problème relevant d'une situation de proportionnalité ou d'un calcul avec des durées, un second portant sur le calcul d'un prix total connaissant le prix de chaque objet et la quantité achetée, un troisième

demandant le calcul d'un nombre obtenu à partir de transformations additives et soustractives. Pour chaque consigne, il est demandé explicitement à l'élève d'expliquer et de justifier sa réponse. Chaque enseignant a choisi trois problèmes parmi ces corpus proposés. Le collectif s'est accordé sur trois modalités de passation : la calculatrice est autorisée aux élèves, le professeur insiste si nécessaire sur la demande d'explication et de justification, le travail est individuel. En revanche, il a été possible de segmenter la passation (donner le problème 1, puis le problème 2 puis le problème 3 ou donner l'ensemble des problèmes), de lire ou non le texte des problèmes à la classe. L'analyse des productions écrites des élèves par les chercheurs a mis en lumière que des éléments des techniques de certains types de problèmes, notamment ceux relevant d'une relation de proportionnalité, ne sont pas acquis, comme en témoigne la réponse ci-dessous, donnée par un élève d'une classe de CM2.

**Problème 1**

Pour faire une pâte à crêpes pour 4 personnes, il faut :

- 250 g de farine,
- 0,5 l de lait,
- 2 œufs,
- 1 cuillère à soupe de sucre,
- 50 g de beurre fondu

Pour 12 personnes, quelle quantité de chaque ingrédient faut-il ? Vous expliquerez et justifierez votre réponse. *Jos tout calculer en x 12.*

The student's work is organized into boxes for each ingredient:

- FARINE:** Original 250g, result 850g. Calculation:  $250 \times 12 = 850$ .
- LAIT:** Original 0,5l, result 6,12. Calculation:  $0,51 \times 12 = 6,12$ .
- OEUF:** Original 2, result 24. Calculation:  $2 \times 12 = 24$ .
- BEURRE:** Original 50g, result 600g. Calculation:  $50 \times 12 = 600$ .
- SUCRE:** Original 1, result 12. Calculation:  $1 \times 12 = 12$ .

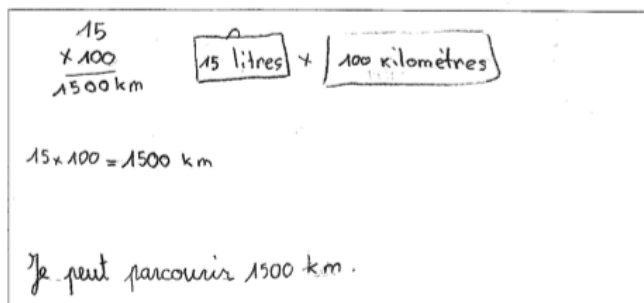
35 % (7/20) des élèves de cette classe ont utilisé cette technique fautive qui consiste à multiplier les quantités par 12, correspondant au nombre de personnes pour lesquels on veut déterminer des quantités à partir de celles de 4 personnes. Dans une deuxième classe de CM2, la résolution d'un autre problème relevant du modèle de la proportionnalité a montré qu'environ 56 % (10/18) des élèves effectuent des opérations avec les mesures données, sans tenir compte de la relation liant les grandeurs, comme le montre la réponse qui suit.



**Problème 1**

Ma voiture consomme 5 litres d'essence pour 100 kilomètres parcourus.

Quelle distance puis-je parcourir avec 15 litres ? Vous expliquerez et justifierez votre réponse.



$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 100 \\ \hline 1500 \text{ km} \end{array}$$

$$\boxed{15 \text{ litres}} \times \boxed{100 \text{ kilomètres}}$$

$$15 \times 100 = 1500 \text{ km}$$

Je peut parcourir 1500 km.

Le travail du collectif s'est alors orienté vers la co-élaboration d'une situation d'enseignement visant l'étude d'une organisation mathématique relative au thème de la proportionnalité. Le milieu d'étude de la recherche collaborative s'est ainsi enrichi avec la question de la recherche d'éléments permettant de faire progresser les élèves sur ce thème. Il a été prévu que les enseignants proposent deux problèmes dont l'étude serait de nature à faire travailler les élèves sur les lacunes mises en évidence. Il est important de préciser que les analyses conduites par les chercheurs en amont des séances de travail et au cours de ces séances ont visé à alimenter l'étude collective du rapport des élèves à la RPM et à engager un processus de co-construction de situation de RPM.

Le quatrième temps a débuté par l'analyse de problèmes proposés par les enseignants de CM2 conduite par le collectif pour l'étude des deux questions : En quoi ces problèmes permettent-ils de travailler, de surmonter, les difficultés qui ont été signalées dans l'analyse des évaluations des élèves ? Qu'est-ce qui devrait être institutionnalisé à l'issue de l'étude de ces problèmes, du point de vue des types de tâches, des techniques et de leur justification ? Cette analyse a permis de mettre en évidence un déficit de mise en forme écrite des techniques et de leur amalgamation : des « bouts de » techniques existent, elles sont utilisées mais ne sont pas reliées entre elles. L'enjeu mathématique de mettre en forme une technique globale pour étudier un type de problème n'est pas visé dans les classes, n'étant pas identifié par les professeurs. Les pratiques enseignantes semblent ne pas anticiper l'organisation d'échanges au sein de la classe sur l'usage de techniques selon leurs occasions d'emploi et selon les grandeurs et leurs valeurs en jeu. Notamment, il a été décidé que la technique reposant sur le calcul d'un coefficient de proportionnalité est à développer dans le cas où les grandeurs sont de même espèce. La fonction initiale du tableau de proportionnalité attribuée par les enseignants est d'ordre pédagogique : « pour vérifier rapidement les réponses des élèves ». Cette assertion a ouvert une discussion dans le collectif qui a permis de mettre en

évidence l'utilité d'un tableau de proportionnalité comme élément d'une technique mise en œuvre et comme élément explicitant les grandeurs en jeu. Pour poursuivre l'étude du processus d'institutionnalisation à développer au cours de l'étude de ce type de problèmes, les chercheurs ont proposé aux enseignants d'étudier un extrait d'une séance observée par deux chercheurs et menée par l'un des enseignants. Cet enseignant a mené l'institutionnalisation d'une organisation mathématique relative à la division euclidienne de deux nombres entiers, qui n'a pas vécu en classe. La recherche collaborative n'a pas conduit, à ce moment-là, à étudier ce fait qui n'a pas pris place au sein des échanges du collectif. Ce temps de co-analyse a permis de souligner que les difficultés des élèves sont davantage reliées aux techniques mathématiques pour traiter les types de problèmes proposés et à leur justification, qu'à des aspects transversaux que des enseignants déclarent viser, comme par exemple : « chercher une donnée intermédiaire pour répondre à une question ». La question de la gestion d'une temporalité pour organiser l'étude de types de problème a émergé. Cela a conduit à poser conjointement la question de l'organisation didactique pour l'émergence de plusieurs techniques et la question des traces écrites des élèves, individuelles (dans leurs cahiers) et collectives (affiches dans la salle de classe). Ce sont deux questions qui nous semblent enrichir le milieu d'étude de la recherche collaborative.

## **Perspectives de travail**

Cette recherche actuellement en cours, visant la détermination de conditions facilitant le développement de processus collaboratifs entre enseignants et chercheurs, nous conduit à soutenir qu'une recherche collaborative repose sur la mise en œuvre d'« un principe d'explicitation partagée » (Sensevy, 2011) fondé sur des observations de pratiques de classes, élaborées communément. Nos analyses poursuivent l'objectif de contribuer à une meilleure compréhension de l'usage, par les enseignants et les chercheurs, de ressources qui participent de la co-construction du milieu d'étude de la recherche collaborative : quels objets sont partagés pour nourrir, susciter la collaboration ? Comment tel objet devient un moyen de se comprendre entre enseignant et chercheur ? Suivant les travaux de Marlot, Toullec-Théry et Daguzon (2017, p. 32), nous tenterons d'approfondir la question de la reconnaissance et l'émergence d'« objets bifaces », à travers lesquelles « le développement professionnel des acteurs prend racine dans un processus de négociation-conversion, [...] chaque acteur prenant en charge une face et ayant besoin de l'expérience de l'autre pour la développer ». Nous

appuyant sur l'examen des rapports construits vis-à-vis de deux objets, l'un porté par la position de chercheur, désigné par *processus d'institutionnalisation* et l'autre porté par la position d'enseignant, consistant à la production d'une *affiche*, la notion d'« objet biface » nous semble pouvoir éclairer notre pratique de chercheur pour alimenter le milieu de la recherche collaborative et permettre l'évolution du rapport des enseignants de l'institution à certains objets mathématiques et didactiques, comme la *notion de grandeur*, la *relation de proportionnalité* et l'*institutionnalisation*.

## Références bibliographiques

- Chevallard, Y. (2003). Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques. Dans S. Maury S. & M. Caillot (Éds), *Rapport au savoir et didactiques*, 81-104. Paris : Éditions Fabert.
- Desgagné, S. (1997). Le concept de recherche collaborative : L'idée d'un rapprochement entre chercheurs universitaires et praticiens enseignants. *Revue des sciences de l'éducation*, 23(2), 371-393.
- Douglas, M. (2004). *Comment pensent les institutions : Suivi de la connaissance de soi et il n'y a pas de don gratuit*. Paris : La Découverte.
- Marlot, C., Toullec-Théry, M. & Daguzon, M. (2017). Processus de co-construction et rôle de l'objet biface en recherche collaborative. *Phronesis*, 6(1), 21-34.
- Sensevy, G. (2011). *Le sens du savoir. Éléments pour une théorie de l'action conjointe en didactique*. Bruxelles : De Boeck.